

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ТЕПЛОМАССООБМЕНА В ПРОЦЕССЕ КОМБИНИРОВАННОЙ СУШКИ ШПОНА И ДРУГИХ ЛИСТОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

### АННОТАЦИЯ

Работа посвящена вопросу математического представления изменений температуры и влагосодержания листового материала в процессе сушки. Приводятся в общем виде уравнения тепло- и массопереноса для сушки лушеного шпона в газовых роликовых сушилках.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Тепло- и влагообмен между высушиваемым шпоном и теплоносителем является одним из основных факторов процесса сушки.

Процесс сушки шпона начинается с испарения влаги с поверхности высушиваемого материала в результате соприкосновения сырого шпона с теплоносителем, которым является топочный газ. Теплообмен в газовых роликовых сушилках происходит конвекцией от теплоносителя, кондукцией при соприкосновении шпона с роликами и радиацией от нагретых теплоносителем поверхностей внутренней конструкции сушилки [1].

Процесс сушки шпона происходит при достаточно высокой температуре теплоносителя на входе в сушилку 260...320 °С. При таких температурах теплоносителя в первом периоде убыль влагосодержания по времени остается неизменной, а температура на поверхности листа шпона постоянно возрастает, превышая температуру мокрого термометра. Во втором периоде сушки скорость влагоотдачи уменьшается, а температура высушиваемого материала повышается. При равновесной влажности шпона, его температура достигнет температуры среды. Так как сушка происходит при высокой температуре и низкой относительной влажности теплоносителя, то условно равновесную влажность можно принять равной нулю.

### 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для анализа связанного процесса тепло- и массопереноса принимаем систему дифференциальных уравнений, предложенную А.В. Лыковым [2-4], которая при постоянных коэффициентах и отсутствии градиента общего давления имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a_t \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\Gamma \partial T}{\partial r} \right) + \varepsilon r_c \frac{\partial U}{\partial \tau} \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \left( \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{\Gamma}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right) + a_m \delta_T \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\Gamma}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (2)$$

где  $T$  - температура высушиваемого материала, °С;  $\tau$  - текущее время, с;  $\alpha_t$  - коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с;  $\alpha_t = \lambda / c$ ;  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности, Вт/м град;  $r$  - характерный размер тела, м;  $\Gamma$  - фактор формы обрабатываемого материала ( $\Gamma = 0$  для неограниченной пластины);  $U$  - текущее влагосодержание обрабатываемого материала, кг/кг;  $a_m$  - коэффициент диффузии влаги, м<sup>2</sup>/с;  $\varepsilon$  - критерий фазового перехода, отн. ед.;  $r_c$  - скрытая теплота испарения, Дж/кг;  $j$  - поток массы, кг/м<sup>2</sup> с;  $\delta_T$  - коэффициент термовлагопроводности, 1/град.

Начальные условия процесса сушки имеют вид:

$$U(0, r) = U_0 \quad (3)$$

$$T(0, r) = T_0. \quad (4)$$

Граничные условия или условия симметрии:

$$\left( \frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r=0} = \left( \frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r=R} = 0 \quad (5)$$

В конце процесса сушки поля температуры и влагосодержания уже не будут равномерными. В этом случае средняя по объему высушиваемого в газовых роликовых агрегатах шпона температура и влагосодержание определяются по зависимостям [4]:

$$\bar{T} = \frac{1}{R} \int_0^R T dr \quad (6)$$

$$\bar{U} = \frac{1}{R} \int_0^R U dr, \quad (7)$$

где  $R$  - толщина листа шпона, отн. ед. Определяется отношением текущей толщины данного листового материала к заданной максимальной.

Текущее время проведения процесса сушки шпона в газовых роликовых сушилках определяется по следующей формуле:

$$\tau = \frac{\pi D_b n_b (1 - 0,01E)}{1000(L - l)} \quad (8)$$

где  $D_b$  - диаметр ролика, м;  $n_b$  - частота вращения роликов, мин<sup>-1</sup>;  $E$  - коэффициент проскальзывания,

отн. ед.;  $L$  - общая рабочая длина сушилки, м;  $l$  - длина секций охлаждения, м.

На границе «влажный материал-среда» граничные условия представляются в виде балансовых уравнений.

Поток массы  $j$  в высушиваемом материале за счет диффузии и термодиффузии определяются уравнением [5]:

$$j = -a_m \rho_0 (\nabla U + \delta \nabla T), \quad (9)$$

Поток массы  $j$  с поверхности материала в среду определяется значениями потенциалов от которых зависит скорость процесса сушки.

В условиях первого и второго периодов сушки поток массы  $j$  с поверхности материала в среду представить в виде следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} j &= B(P_s - P_c), \\ j &= K_\beta \rho (U_\Pi - U_p), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $K_\beta$  - коэффициент влагообмена.

При совместном движении материала и теплоносителя в сушильном агрегате влагосодержание теплоносителя постоянно возрастает за счет испаренной из шпона влаги. Это увеличение учитывается с помощью уравнения материального баланса.

Так как структура потока среды соответствует прямооточному движению, то уравнение материального баланса записывается в виде

$$G(U_{\text{нач}} - U_{\text{кон}}) = V(x_{\text{нач}} - x_{\text{кон}}), \quad (11)$$

где  $U_{\text{нач}}$ ,  $U_{\text{кон}}$  - начальное и конечное среднее по объему влагосодержание листа шпона соответственно, кг/кг;  $G$  - производительность сушилки по высушенному материалу, кг/с;  $V$  - расход теплоносителя, кг сухого теплоносителя/с;  $x_{\text{нач}}$ ,  $x_{\text{кон}}$  - начальное и конечное влагосодержание теплоносителя соответственно, кг/кг.

$$x_{\text{кон}} = x_{\text{нач}} + \frac{1}{\alpha} (U_{\text{нач}} - U_{\text{кон}}), \quad (12)$$

где  $\alpha = \frac{V}{G}$  - удельный расход теплоносителя.

Влагосодержание газовой среды равно [6]

$$x = A \frac{\varphi_T P_s}{P - \varphi_T P_s}, \quad (13)$$

где  $x$  - текущее, влагосодержание теплоносителя соответственно, кг/кг;  $A = R_\Gamma / R_\Pi$ ,  $R_\Gamma$ ,  $R_\Pi$  - газовые константы;  $\varphi_T$  - относительная влажность теплоносителя, отн. ед.;  $P_s$  - упругость насыщенных паров, Н/м<sup>2</sup>;  $P$  - общее давление, Н/м<sup>2</sup>.

На основании уравнений (12) и (13) получаем

$$\varphi_T P_s = \frac{\Pi \left( \frac{U_{\text{нач}} - U_{\text{кон}}}{\alpha} + x_0 \right)}{A + \frac{U_{\text{нач}} - U_{\text{кон}}}{\alpha} + x_0}, \quad (14)$$

так как  $A \gg \frac{U_{\text{нач}} - U_{\text{кон}}}{\alpha} + x_0$ , то при незначительной потере точности уравнение (14) можно упростить [7]:

$$\varphi_T P_s = \frac{\Pi \left( \frac{U_{\text{нач}} - U_{\text{кон}}}{\alpha} + x_0 \right)}{A} \quad (15)$$

Тогда балансовое уравнение на основании уравнений (9), (15) для первого периода сушки в условиях идеального вытеснения, т.е. при отсутствии диффузии потока теплоносителя в обратном направлении будет выглядеть так:

$$\begin{aligned} -a_m \rho \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial r} \right)_\Pi + \delta \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_\Pi \right] &= B P_s \times \\ \times \left[ 1 - \frac{\Pi}{A P_s \alpha} (\alpha x_{\text{нач}} + U_{\text{нач}} - U_{\text{кон}}) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

В условиях второго периода сушки равновесное влагосодержание материала определяется влагосодержанием теплоносителя и соотношением  $U_p = f(\varphi_T)$  нелинейно.

Представим это соотношение в первом приближении линейной зависимостью

$$U_p = a \varphi_T + b, \quad (17)$$

где  $a, b$  - коэффициенты, которые находят при помощи изотермы сорбции-десорбции.

Балансовое уравнение на границе по потоку влаги во второй период сушки при режиме идеального вытеснения на основании уравнений (10), (15) и (17) будет следующим:

$$\begin{aligned} -a_m \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial r} \right)_\Pi + \delta \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_\Pi \right] &= K_\beta \times \\ \times \left[ U_\Pi - \frac{a \Pi}{A P_s \alpha} (\alpha x_{\text{нач}} + U_{\text{кр}} - U_{\text{кон}}) - b \right], \end{aligned} \quad (18)$$

Определим граничные условия для уравнения теплопереноса.

Балансовое уравнение на границе по потоку в общем виде можно представить так:

$$\alpha_T (T_T - T_\Pi) = \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_\Pi + (1 - \epsilon) r_c j, \quad (19)$$

где  $\alpha_T$  - коэффициент теплоотдачи, Вт/м<sup>2</sup> град;  $T_T$  - фактическая температура теплоносителя, °С;  $T_\Pi$  - начальная температура на поверхности материала, °С.

Количество теплоты, которое оставляет теплоноситель в сушилке при прямооточном движении определяется уравнением [8]:

$$V c_T (T_{Т.Н} - T_T) = (1 + R_b) r_c G \Delta W, \quad (20)$$

где  $c_T$  - теплоемкость агента сушки, Дж/кг·°С;  $T_{Т.Н}$  - начальная температура теплоносителя на входе в зону первого или второго периода, °С.

Тогда балансовое уравнение по тепловому потоку на границе для первого периода сушки в условиях идеального вытеснения на основании уравнений (10), (12), (15), (19), (20) запишется следующим образом

$$\alpha_t \left[ T_{Т.Н.} - \frac{(1+Rb)r_c}{\alpha c_T} - T_{П} \right] = \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) + (1-\varepsilon)r_c B P_s \left[ 1 - \frac{\Pi(\alpha x_0 + U_{нач} - U_{кон})}{A P_s \alpha} \right] \quad (21)$$

Балансовое уравнение по тепловому потоку на границе для второго периода сушки в условиях идеального вытеснения запишем на основании уравнений (11), (13), (15), (18), (20), (21)

$$\alpha_t \left[ T_{Т.Н.}^* - \frac{(1+Rb)r_c (U_{кр} - U)}{\alpha c_T} - T_{П} \right] = \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{П} + (1-\varepsilon)r_c K_{\beta} \rho_0 \times \left[ U_{П} - \frac{a\Pi}{A P_s \alpha} (\alpha x_0 + U_{кр} - U) - b \right] \quad (22)$$

где  $U_{П}$  - начальное влагосодержание высушиваемого листового материала на поверхности, кг/кг.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам математического представления задачи моделирования нестационарных полей влагосодержания, и температуры листового материала могут быть произведены численные определения его состояния при проведении процесса удаления влаги в периодах постоянной и падающей скоростей сушки. Численные решения нестационарных по времени полей влагосодержания и температуры листов шпона и других листовых материалов позволят проводить анализ процесса сушки с целью поиска оптимальных режимов, обеспечивающих минимизацию расхода энергоносителей, пожаробезопасность технологии.

### СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$T$  - температура высушиваемого материала, °С;  
 $\tau$  - текущее время, с;  
 $\alpha_t$  - коэффициент температуропроводности, м<sup>2</sup>/с;  
 $\lambda$  - коэффициент теплопроводности, Вт/м град;  
 $r$  - характерный размер тела, м;  
 $\Gamma$  - фактор формы обрабатываемого материала;  
 $U$  - текущее влагосодержание обрабатываемого материала, кг/кг;  
 $a_m$  - коэффициент диффузии влаги, м<sup>2</sup>/с;  
 $\varepsilon$  - критерий фазового перехода, отн. ед.;  
 $r_c$  - скрытая теплота испарения, Дж/кг;  
 $j$  - поток массы, кг/м<sup>2</sup> с;  
 $\delta_T$  - коэффициент термовлагопроводности, 1/град;  
 $R$  - толщина листа шпона, отн. ед;  
 $D_v$  - диаметр ролика, м;  
 $n_v$  - частота вращения роликов, мин<sup>-1</sup>;  
 $E$  - коэффициент проскальзывания, отн. ед.;  
 $L$  - общая рабочая длина сушилки, м;  
 $l$  - длина секций охлаждения, м;

$\rho_0$  - плотность абсолютно сухого тела, кг/м<sup>3</sup>;  
 $\delta$  - коэффициент термовлагопроводности, 1/град;  
 $j$  - поток массы, кг/м<sup>2</sup> с;  
 $\Delta$  - градиент, 1/м;  
 $U_{нач}$ ,  $U_{кон}$  - начальное и конечное среднее по объему влагосодержание листа шпона соответственно, кг/кг;  
 $V$  - расход теплоносителя, кг сухого теплоносителя/с;  
 $G$  - расход материала, кг сухого материала/с;  
 $x_{нач}$ ,  $x_{кон}$ ,  $x$  - начальное, конечное и текущее влагосодержание теплоносителя соответственно, кг/кг;  
 $\beta$  - коэффициент массообмена (влагообмена), м/с;  
 $\Phi_T$  - относительная влажность теплоносителя, отн. ед.;  
 $x_0$  - влагосодержание теплоносителя на входе в зону кг/кг;  
 $\alpha$  - удельный расход теплоносителя, кг сухого теплоносителя/кг сухого материала;  
 $\rho$  - плотность теплоносителя, кг/м<sup>3</sup>  
 $P_s$  - упругость насыщенных паров, Н/м<sup>2</sup>;  
 $\Pi$  - общее давление, Н/м<sup>2</sup>;  
 $\alpha_T$  - коэффициент теплоотдачи, Вт/м<sup>2</sup> град;  
 $T_T$  - фактическая температура теплоносителя, °С;  
 $T_{П}$  - начальная температура на поверхности материала, °С;  
 $c_T$  - теплоемкость агента сушки, Дж/кг·°С;  
 $T_{Т.Н.}$  - начальная температура теплоносителя на входе в зону первого или второго периода, °С;  
 $Rb$  - критерий Ребиндера;  
 $U_{П}$  - начальное влагосодержание высушиваемого листового материала на поверхности, кг/кг.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стерлин Д.М. Сушка в производстве фанеры и древесностружечных плит. М.: Лесн. пром-ть., 1977. 384 с.
2. Лыков А. В. Теория переноса энергии и вещества/ А.В. Лыков, Ю.А. Михайлов. Минск: Изд-во АН БССР, 1959. 328 с.
3. Лыков А.В. Теория тепло- и массопереноса/А.В. Лыков, Ю.А. Михайлов/ М.: -Л., 1963. 536 с.
4. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. Шк., 1967. 599 с.
5. Таганов И. Н. Моделирование процессов массо-и энергопереноса: Нелинейн. системы.- Л. :Химия. Ленингр. отд-ние, 1979. 204 с.
6. Касаткин А. Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. М.: Госхимиздат, 1961. 830 с.
7. Мазяк З.Ю. Тепло- и массоперенос в пористых телах при переменных потенциалах в среде. Львов.: Изд-во при Львов. ун-те, 1979. 120 с.
8. Сафонов А.О. Тепломассоперенос и динамика сушки дисперсных материалов в барабанных сушилках. Воронеж: Воронежский государственный университет, 2002. 240с.