

*В.Г. Тупоногов, А.Ф. Рыжков, А.П. Баскаков, О.А. Обожен, А.М. Дубинин*

Уральский государственный технический университет — УПИ, г. Екатеринбург, Россия

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПСЕВДООЖИЖЕННОГО СЛОЯ

### АННОТАЦИЯ

Предложены модели колебаний псевдоожигенного слоя в режимах однородного и неоднородного ожигения. Получены нелинейные уравнения колебаний высоты слоя и давления в слое. Показано, что колебания однородно расширенного слоя имеют сильно затухающий вид.

Колебания поверхности слоя в виде стоячих волн рассматриваются как параметрическое самовозбуждение системы, поддерживающее автоколебания слоя в режиме неоднородного псевдоожигения. Приведены расчеты колебаний давления в слое с учетом поверхностной волны и экспериментальные данные.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Промышленные аппараты с псевдоожигенным слоем работают, как правило, в режимах неоднородного псевдоожигения, характеризующиеся значительными амплитудами колебания поверхности слоя, которые связаны с колебаниями расхода газа, выходящего из слоя.

Параметры колебаний слоя определяют закономерности межфазных тепломассобменных процессов, взаимодействий с погруженными в слой телами и используются при расчетах процессов в аппаратах с псевдоожигенным слоем, а также при проектировании таких аппаратов. Для определения амплитудно-частотных параметров колебаний в последнее время выполняются исследования волновой гидродинамики слоя [1,2]. К настоящему времени теоретически обосновано и экспериментально показано существование различных типов волн давления и порозности, объясняющие механизмы распространения колебаний в псевдоожигенном слое. Так, в работах [3,4] определены скорости амплитуды и частоты продольных волн в псевдоожигенном слое, а также формы стоячих волн на поверхности слоя. Однако механизм взаимодействия различных типов волн в слое пока изучен недостаточно.

Целью данной работы является моделирование колебаний однородного псевдоожигенного слоя и неоднородного слоя с учетом поверхностных волновых процессов.

### 2. ТЕОРИЯ

Однородный псевдоожигенный слой рассмотрим исходя из физических представлений о гравитационных колебаниях, изложенных, например, в [5]. В равновесном состоянии, когда частицы слоя не колеблются, на них действуют уравновешивающие друг друга сила трения восходящего потока газа и сила тяжести. Разбаланс сил может наступить, например, при увеличении скорости продувки, в результате чего частицы начнут подниматься

вверх. Одновременно с расширением слоя увеличивается его порозность и уменьшается скорость газа в межчастичных промежутках, что, в свою очередь, приведет к уменьшению силы трения.

Тодес и Цитович [5], рассматривая данный механизм, полагали, что твердые частицы, имея кинетическую энергию, будут проскакивать положение равновесия с параметрами  $H_0$  и  $\epsilon_0$ , в котором расчетная сила трения равняется силе тяжести, и поднимутся до максимальной высоты расширения слоя  $H_{\max}$ . Падение частиц вниз, по мнению авторов, также должно происходить с проскоком равновесной высоты  $H_0$  до минимальной высоты слоя  $H_{\min}$ . Такой механизм гравитационных колебаний, происходящий при конкуренции сил трения и тяжести, Тодес и Цитович сравнивают с колебаниями маятника и получают оценки параметров колебаний в линейном приближении.

Для получения нелинейного уравнения колебаний и его решений воспользуемся модельным подходом, аналогичным [6].

Уравнения сохранения импульса для обеих фаз слоя можно записать в следующем виде:

$$\rho_s(1-\epsilon) \left[ \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial t} + (\bar{u}_s \cdot \bar{\nabla}) \bar{u}_s \right] + \rho_f \epsilon \left[ \frac{\partial \bar{u}_f}{\partial t} + (\bar{u}_f \cdot \bar{\nabla}) \bar{u}_f \right] = -\bar{\nabla} p - [\rho_s(1-\epsilon) + \rho_f \epsilon] \bar{g}. \quad (1)$$

Рассмотрим одномерное движение слоя вдоль направленной вверх вертикальной оси  $X$  пренебрегая инерцией газовой фазы:

$$\rho_s(1-\epsilon) \left[ \frac{\partial u_{sx}}{\partial t} + u_{sx} \frac{\partial u_{sx}}{\partial x} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} - \rho_s(1-\epsilon)g. \quad (2)$$

Полагая, что твердые частицы в слое колеблются синхронно и с одинаковой амплитудой, получаем:

$$\rho_s(1-\epsilon) \frac{du_s}{dt} = -\frac{dp}{dx} - \rho_s(1-\epsilon)g. \quad (3)$$

Из последнего допущения также следует, что скорость колебания поверхности слоя будет равняться скорости твердых частиц и можно записать:

$$\frac{du_s}{dt} = \frac{d^2 H}{dt^2}. \quad (4)$$

Тогда уравнения принимает вид:

$$\rho_s(1-\epsilon) \frac{d^2 H}{dt^2} = -\frac{dp}{dx} - \rho_s(1-\epsilon)g. \quad (5)$$

В соответствии с двухфазной моделью весь избыток газа сверх критического проходит через слой в виде пузырей, поэтому будем считать, что колеба-

ния слоя происходит относительно положения равновесия, в котором он имеет параметры:  $u_{mf}$ ,  $\varepsilon_{mf}$ ,  $H_{mf}$ .

Баланс массы твердых частиц слоя запишем как:

$$(1-\varepsilon)H_{mf} = H(1-\varepsilon) \quad (6)$$

или

$$\varepsilon = 1 - \frac{H_{mf}}{H} (1 - \varepsilon_{mf}). \quad (7)$$

Сопротивление продувки слоя выразим по формуле Эргуна:

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{150\mu_f(1-\varepsilon)^2}{d_s^2\varepsilon^2} \left( \frac{u}{\varepsilon} - \frac{dH}{dt} \right) + \frac{1.75\rho_f(1-\varepsilon)}{d_s\varepsilon} \left( \frac{u}{\varepsilon} - \frac{dH}{dt} \right)^2. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (5), имеем:

$$\rho_s(1-\varepsilon) \frac{d^2H}{dt^2} = \frac{150\mu_f(1-\varepsilon)^2}{d_s^2\varepsilon^2} \left( \frac{u}{\varepsilon} - \frac{dH}{dt} \right) - \rho_s(1-\varepsilon)g + \frac{1.75 \cdot \rho_f}{\rho_s d_s \varepsilon} \left( \frac{u}{\varepsilon} - \frac{dH}{dt} \right) \left| \frac{u}{\varepsilon} - \frac{dH}{dt} \right|. \quad (9)$$

Подставив в последнее выражение (7) и введя константы:

$$A = \frac{150 \cdot \mu_f}{d_s^2 \rho_s}, \quad B = \frac{1.75 \rho_f}{\rho_s d_s}, \quad C = H_{mf}(1 - \varepsilon_{mf}), \quad (10)$$

преобразуя, получим:

$$\frac{d^2H}{dt^2} + \frac{ACH}{(H-C)^2} \left( \frac{dH}{dt} - \frac{uH}{H-C} \right) + g + \frac{BH \left( \frac{dH}{dt} - \frac{uH}{H-C} \right) \left| \frac{dH}{dt} - \frac{uH}{H-C} \right|}{H-C} = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) является уравнением автоколебаний механической системы с инерционным и демпфирующим членами. Уравнение решалось численными методами и его решение использовалось для получения зависимости  $p(t)$  по выражению, полученному интегрированием уравнения (8):

$$p(t) = \frac{A\rho_s C^2 H}{(H-C)^2} \left( \frac{uH}{H-C} - \frac{dH}{dt} \right) + \frac{B\rho_s C H \left( \frac{uH}{H-C} - \frac{dH}{dt} \right) \left| \frac{uH}{H-C} - \frac{dH}{dt} \right|}{H-C}. \quad (12)$$

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ В СРАВНЕНИИ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Расчеты были выполнены для двух случаев:

1. Получение зависимостей  $H(t)$  и  $p(t)$  при увеличении скорости оживления от  $U_{mf}$  до  $2U_{mf}$ , рис. 1.

2. Получение этих же зависимостей при импульсном увеличении скорости с  $U_{mf}$  до  $2U_{mf}$  на 0,05 с и обратном ее уменьшении до  $U_{mf}$ , рис. 2.

В первом случае ступенчатое увеличение скорости вызывает увеличение высоты слоя до нового равновесного состояния, в котором уравновешены силы трения и тяжести. При этом перепад давления в слое сначала возрастает из-за ускорения массы слоя, а затем падает до исходного уровня.

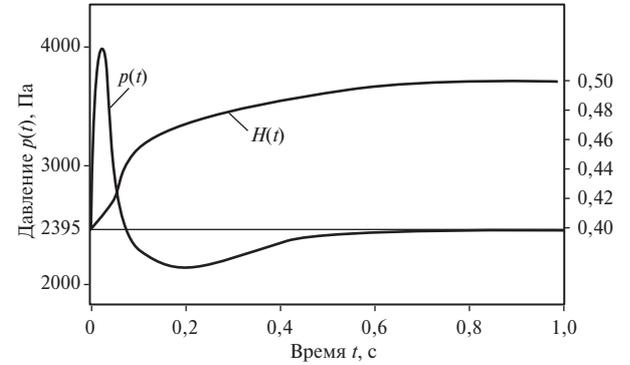


Рис. 1. Изменение высоты слоя  $H(t)$  и перепад давления в слое  $p(t)$  при подаче ступенчатого импульса расхода:  $H_{mf} = 0,4$  м,  $u = 2u_{mf}$ ,  $d_s = 630\mu\text{м}$ ,  $\rho_s = 1100$  кг/м<sup>3</sup>

Во втором случае подача кратковременного импульса расхода газа, превышающего критический, приводит к колебаниям высоты слоя и перепаду давления с сильным затуханием. На рис. 2 показаны расчетная и экспериментальная кривые колебаний давления около газораспределительной решетки, полученные авторами [2] в аппарате диаметром 0,1 м при тех же условиях.

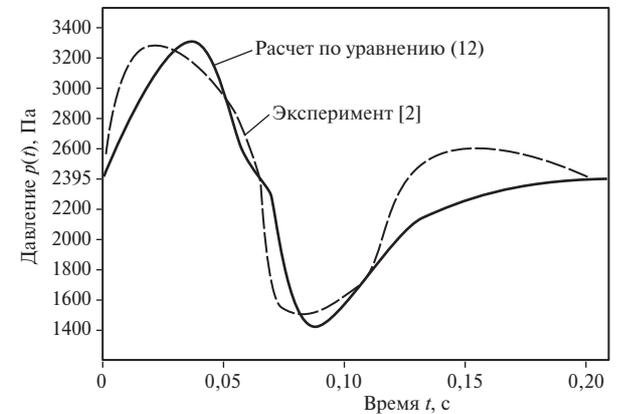


Рис. 2. Колебания перепада давления в слое при подаче импульса расхода в 50 мс;  $d_s = 630\mu\text{м}$ ,  $\rho_s = 1100$  кг/м<sup>3</sup>,  $H_{mf} = 0,4$  м

Таким образом, расчеты показывают, что при гомогенном расширении слоя (с одинаковой по объему слоя порозностью), вызванном увеличением расхода газа, маятниковый механизм гравитационных колебаний авторов[5] не поддерживается.

В первом случае колебаний не происходит, поскольку ускорения частиц невелики и соответственно не заметны отклонения частиц от положения равновесия.

Во втором случае после прекращения подачи импульса расхода газа высота слоя и перепад дав-

ления возвращаются к исходным величинам, совершая при этом сильно затухающие колебания.

Высокую степень демпфирования колебаний можно объяснить значительным преобладанием силы трения в фазе нисходящего движения частиц, поскольку относительная скорость частиц в формуле Эргуна в этой фазе получается сложением модулей абсолютных скоростей частиц и газа.

В реальных условиях гомогенного расширения слоя при скоростях, больших критических, не происходит, поскольку, как предполагает двухфазная модель псевдооживления, в слое появляются пузыри, нарушающие плоскую форму поверхности слоя при выходе из него. Как следствие этой неоднородности, а также свойств текучести псевдооживленных частиц, на поверхности слоя устанавливаются поверхностные поперечные стоячие волны колебаний двухфазной среды.

Частота мод поверхностных волн для одномерного случая определяется выражением [3]:

$$\sigma_n = \left( \frac{\pi g n}{l} i h \left( \frac{\pi n H}{l} \right) \right)^{1/2}, \quad (13)$$

где  $n$  — число полуволн, укладывающихся в горизонтальный размер поверхности слоя —  $l$ .

Образование стоячих волн на поверхности слоя происходит в результате синхронизации двух периодических процессов: периодического прохода через слой избыточного газа в пузырях (медленные волны порозности [4]) и волновых колебаний поверхности. В результате синхронизации в слое устанавливаются колебания с основной частотой, определяемой одной из мод по выражению (13). Поскольку частота поверхностных волн совпадает с частотой собственных колебаний слоя, стоячие поверхностные волны можно рассматривать как параметрическое самовозбуждение системы, поддерживающее ее автоколебания. При этом изменение высоты слоя, а следовательно, и его гидравлического сопротивления, выполняет роль обратной связи в автоколебательном процессе.

Амплитуда колебаний и скорость частиц убывают по экспоненте при удалении от поверхности в глубь слоя [7]. Например, частицы, лежащие в центре пучностей стоячей волны, колеблются по вертикальному прямому с амплитудой колебания:

$$a_n = \frac{c}{\sigma_n e^{\frac{\pi n x_0}{l}}}, \quad (14)$$

где  $x_0$  — расстояние от поверхности слоя.

Чтобы учесть в уравнении (11) поверхностные волны в первом приближении, можно к колебаниям поверхности  $H(t)$  прибавить синусоидальные колебания с эффективной амплитудой  $a_n^* = \alpha H(t)$ , равной средней по высоте слоя амплитуде колебаний поверхностной волны. Тогда колебания точки поверхности запишутся в виде:

$$H(t)^* = H(t)[1 + \alpha \sin(\sigma_n t)], \quad (15)$$

Решая уравнения (11) относительно  $H(t)^*$  и подставляя решение в (12), получаем колебания перепада давления в слое в зависимости от времени.

Экспериментальная и расчетная зависимости при условиях эксперимента представлены на рис. 3. Эксперименты были выполнены в плоской установке с размером горизонтального сечения  $18 \times 300$  мм и насыпной высотой слоя  $0,48$  м.

В фазе роста давления на экспериментальной кривой наблюдаются дополнительные колебания, которых нет на расчетной кривой. Отличие связано с тем, что реальные колебания поверхности имеют еще и свойства релаксационных (разрывных) колебаний, которые проявляются в более быстром обрушении по сравнению с подъемом гребней волн и резком повышении давления в конце обрушения по всей высоте слоя.

Для учета релаксационных особенностей колебаний поверхности слоя необходимо фазы подъема и падения частиц материала рассчитывать отдельно, сохраняя при этом периодичность процесса.

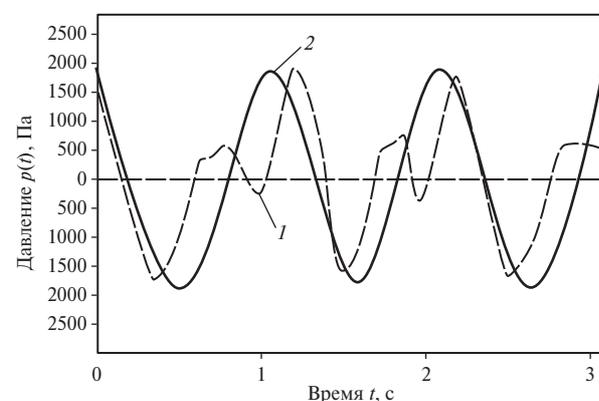


Рис. 3. Колебания перепада давления в слое:

1 — эксперимент авторов,  $H = 0,48$  м,  $l = 0,3$ ,  $d_s = 0,415$  мм,  $u = 0,4$  м/с; 2 — расчет по уравнениям (11), (12), (13), (15)  $n = 0,5$ ,  $\alpha = 0,05$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численное моделирование и эксперименты показали, что колебания слоя при его однородном расширении-сжатии носят явно затухающий характер и не могут переходить в режим установившихся автоколебаний из-за преобладания сил трения над силами инерции.

В режимах неоднородного псевдооживления неравномерность выхода газа из слоя в виде пузырей, а также наличие свойств текучести у псевдооживленного мелкодисперсного материала вызывают образование поверхностных стоячих волн. Синхронизация процессов прохода пузырей через слой поверхностных волн приводит к установлению автоколебаний слоя.

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$d_s$  — диаметр частиц, м;  
 $p$  — давление, Па;  
 $H$  — высота слоя, м;  
 $l$  — горизонтальный размер слоя, м;

$g$  — ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  
 $t$  — время, с;  
 $u$  — скорость газа, м/с;  
 $u_s$  — скорость частиц, м/с;  
 $x$  — вертикальная координата, м;  
 $\rho_s$  — плотность материала частиц, кг/м<sup>3</sup>;  
 $\mu$  — динамическая вязкость газа, нс/м<sup>2</sup>;  
 $\rho$  — плотность газа, кг/м<sup>3</sup>;  
 $\sigma_n$  — циклическая частота моды поверхностных волн, рад/с;  
 $\alpha_m$  — амплитуда колебаний поверхностных волн, м;  
 $\varepsilon$  — порозность слоя.

Индексы:

$f$  — газовая фаза;  
 $mf$  — критическая скорость оживления;  
 $s$  — твердые частицы;  
 $n$  — число полуволн.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Srdjan Sasic, Bo Leckner, Filip Johnsson.** Fluctuations and waves in fluidized bed system: The influence of the air-supply system. *Powder Technology* 153, 2005. P. 176—195.
2. **J.van der Schaaf, J.C.Schouten, C.M.van der Bleek.** Origin, propagation and attenuation of pressure waves in gas-solid fluidized beds // *Powder Technology*. 1998. Vol. 95. P. 220—223.
3. **Тупоногов В.Г., Рыжков А.Ф., Фаренбрух О.Е.** О механизме колебаний давления в псевдооживленном слое // Тр. 3-й Рос. нац. конф. по теплообмену. М.: Издательство МЭИ, 2002. Т. 5. С. 319—322.
4. **Тупоногов В.Г., Родненко Д.А.** Определение скоростей бегущих волн в неоднородном и однородно-неоднородном псевдооживленном слое // Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках: Тр. XV Школы-семинара молодых ученых и специалистов под рук. акад. РАН А.И. Леонтьева. В 2 т. Т. 1. М.: Издательство МЭИ, 2005. С. 281—284.
5. **Тодес О.М., Цитович О.Б.** Аппараты с кипящим зернистым слоем. Л.: Химия, 1981. 296 с.
6. **Fan L.T., Hiraoka S., Shin S.H.** Analysis of pressure fluctuations in gas-solid fluidized bed // *AIChE Journal*. 1984. Vol. 30. № 2. P. 346—349.
7. **Моисеев Н.Н., Петров А.А.** Численные методы расчета собственных частот колебаний ограниченного объема жидкости. М.: Вычислительный центр АН СССР, 1966.