

А.А. Гаврилов<sup>1</sup>, А.А. Дектерёв<sup>1</sup>, К.А. Финников<sup>2</sup>

Институт Теплофизики СО РАН, Красноярский филиал, Россия (1)  
Красноярский Государственный Технический университет, Россия (2)

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КАВИТАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ RANS ПОДХОДА

### АННОТАЦИЯ

В работе представлено моделирование кавитационных течений с использованием моделей, описываемых уравнением образования и переноса паровой фазы. Турбулентность описывается в рамках двухпараметрической диссипативной модели турбулентности. Предложена модификация процедуры расщепления SIMPLE для учета сильной связи полей давления и плотности. Для верификации кода проведено моделирование обтекания ряда стандартных профилей при разных кавитационных числах.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Кавитация может развиваться на поверхности тел при их обтекании потоком жидкости, в частности, на стороне разрежения гидрокрыльев и лопаток гидротурбин. Она может возникать в центрах свободных вихрей в закрученных и сдвиговых течениях, а также в концевых вихрях на гидрокрыльях. Наличие кавитации неблагоприятно сказывается на работе гидравлических машин, турбин, насосов, судовых гребных винтов. Методы, используемые для моделирования потоков, образующих кавитационные каверны, достаточно разнообразны. Не существует метода, который одинаково хорошо описывал бы все кавитационные феномены. Наиболее распространенным подходом к моделированию течений с кавитацией являются модели сплошной среды. Двухфазная среда рассматривается как состоящая из двух компонент – жидкости и пара и имеющая непрерывное распределение плотности.

### 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Выполненный обзор численных исследований кавитационных течений показал, что оптимальным подходом к прикладному моделированию кавитации является приближение квазигомогенной двухфазной среды, описываемой уравнением образования и переноса паровой фазы. В работе использовались две хорошо апробированные модели, основанные на уравнении переноса фаз: модель Kunz [1]:

$$\frac{\partial \rho f_V}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v} \cdot f_V) = C_{dest} \frac{\rho_V^2 (1 - Y_L) \max[0, p_S - p]}{\rho_L t_x (\rho_L u_x^2 / 2)} - C_{prod} \frac{\rho_V^2 (1 - Y_V)^2 Y_V}{\rho_L t_x}$$

$$t_x = l_x / u_x$$

(1)

где  $l_x$  - характерный размер задачи, и модель Singhal [2]:

$$\frac{\partial \rho f_V}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{v} \cdot f_V) = C_c \frac{k^{1/2}}{\alpha} \rho_L \rho_V \sqrt{\frac{2 \cdot \max(p_S - p, 0)}{3 \rho_L}} (1 - Y_V) - C_c \frac{k^{1/2}}{\alpha} \rho_L \rho_V \sqrt{\frac{2 \cdot \max(p - p_S, 0)}{3 \rho_L}} Y_V$$

Значения эмпирических констант:  $C_c = 0,02$ ,  $C_c = 0,01$ ,  $C_{dest} = 9 \cdot 10^3$ ,  $C_{prod} = 6 \cdot 10^3$ . Нижние индексы  $L$  и  $V$  соответствуют жидкой и паровой фазам. При рассмотрении обтекания тела в качестве  $p_{in}$  и  $u_{in}$  используются давление и скорость (в системе отсчета обтекаемого тела) среды на большом удалении от тела.

#### 2.1. Численный метод

Основная сложность при моделировании кавитационных течений состоит в сильной связи между полем давления и полем плотности. При понижении давления в движущейся жидкости до давления парообразования в потоке формируется паровая область, при этом плотность в двухфазной области, в зависимости от интенсивности испарения, может уменьшиться на несколько порядков.

На основе методики расщепления для нестационарной формы уравнения неразрывности и уравнения движения среды предложен численный метод для решения задач с сильной связью полей давления и плотности.

В уравнении импульса выделим нестационарный член и градиент давления, остальные слагаемые (конвекция, тензор напряжений и объемная сила) объединим в оператор  $L$ :

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + L(\mathbf{v}) \mathbf{v} = -\nabla p$$

Для получения алгоритма связи полей скорости и давления применим метод стабилизирующей поправки (метод Дугласа-Речфорда) к уравнению переноса импульса. При этом первый дробный шаг дает полную аппроксимацию уравнения движения, а второй дробный шаг является поправочным:

$$\frac{\rho(\mathbf{v}^* - \mathbf{v}^n)}{\tau} + L(\mathbf{v}^n) \mathbf{v}^* + \nabla p^n = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\rho(\mathbf{v}^{n+1} - \mathbf{v}^*)}{\tau} + \nabla(p^{n+1} - p^n) = 0$$

Здесь временная производная аппроксимирована с первым порядком точности. Введя поправку давления

$$p' = p^{n+1} - p^n, \quad (5)$$

второй шаг запишем как уравнение коррекции скорости

$$\frac{\rho(\mathbf{v}^{n+1} - \mathbf{v}^*)}{\tau} = -\nabla(p'). \quad (5)$$

Из уравнения коррекции скорости с учетом взаимосвязи полей давления и плотности

$$C_\rho = \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \quad (6)$$

получается уравнение для поправки давления:

$$\nabla(\tau \nabla p') - \left[ \frac{C_\rho p'}{\tau} + \nabla(C_\rho p' \mathbf{v}^*) \right] = \nabla(\rho \mathbf{v}^*). \quad (7)$$

Процесс вычислений для описываемого метода разбивается на 3 этапа:

1. Определение промежуточной скорости по давлению с предыдущего слоя

$$\frac{\rho^n(\mathbf{v}^* - \mathbf{v}^n)}{\tau} + L(\mathbf{v}^n) \mathbf{v}^* = -\nabla p^n \quad (8)$$

2. Вычисление давления на основе уравнения для поправки давления

$$\nabla(\tau \nabla p') - \left[ \frac{C_\rho p'}{\tau} + \nabla(C_\rho p' \mathbf{v}^*) \right] = \nabla(\rho \mathbf{v}^*) \quad (9)$$

3. Коррекция скорости

$$\mathbf{v}^{n+1} = \mathbf{v}^* - \frac{\tau}{\rho^{n+1}} \nabla(p'). \quad (10)$$

Уравнение для поправки давления (7) носит конвективно-диффузионный вид. В областях движения жидкой фазы уравнение для поправки давления имеет чисто диффузионный характер, и мы имеем классическое уравнение Пуассона для давления. В двухфазной области уравнение для давления принимает гиперболический вид, характерный для сжимаемых течений.

Для моделирования кавитации коэффициент в уравнении связи давления и плотности выбирается следующим образом [5]:

$$C_\rho = \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T = C \cdot Y_V, \quad (11)$$

обеспечивающий конвективно-диффузионный характер уравнения (7) в кавитационных областях и чисто диффузионный в областях с жидкой фазой. Выбор коэффициента в соотношении (11) сильно влияет на сходимость решения. Завышенные значения этого коэффициента приводят к осцилляциям поля давления. После проведения методических расчетов для моделирования стационарной кавитации был выбран коэффициент  $C=0,1$ .

Построенная разностная методика позволяет получать решение нестационарной задачи или решение стационарной задачи методом установления. В том случае, если нестационарные эффекты не представляют интереса, целесообразно модифицировать численный алгоритм для уменьшения времени счета. Модификация состоит в том, что  $\tau$  выступает уже не в качестве постоянного временного шага, а в качестве схемного параметра, зависящего от течения в данном контрольном объеме. Выбор этого параметра осуществим на основе рассмотрения неявных итерационных схем для стационарных уравнений переноса импульса. Согласованное с операцией нижней релаксации выражение для  $\tau$  имеет вид:

$$\tau \approx \frac{\rho J}{A_p}, \quad (12)$$

где  $J$  – объем расчетной ячейки,  $A_p$  – диагональный коэффициент матрицы уравнения движения.

Для замыкания осредненных по Рейнольдсу уравнений движения двухфазной среды используются модифицированная высокорейнольдсовая  $k$ - $\epsilon$  модель турбулентности [3] и двухслойная  $k$ - $\omega$  модель Ментера [4], хорошо описывающие течения с отрывом и присоединением потока.

## 2. ТЕСТОВЫЕ РАСЧЕТЫ

Для верификации метода расчета и моделей кавитации было проведено моделирование обтекания ряда стандартных профилей при разных кавитационных числах

$$\sigma = \frac{p_x - p_s}{\rho u_x^2 / 2}$$

Моделировались осесимметричное обтекание обтекания цилиндра и цилиндрического тела с полусферическим торцом, расположенных вдоль потока с нулевым углом атаки, и плоское обтекание гидрокрыла NACA6602-12% с углом атаки 4 градуса.

Предварительно были выполнены методические расчеты, целью которых являлся выбор моделей, схем аппроксимаций и детализации расчетной сетки, наиболее адекватно описывающих турбулентные отрывные течения при приемлемых вычислительных затратах.

Для режима обтекания цилиндра при разных кавитационных числах сравнение экспериментальных [6] и расчетных данных приведено на рис. 1. При кавитационном обтекании формируется двухфазная область с пониженной плотностью (каверна). Давление в пределах каверны мало отличается от давления насыщенного пара. Заметное на графиках (рис. 1) непостоянство давления в области каверны связано с тем, что кавитационная область не примыкает к поверхности цилиндра (рис. 2). С уменьшением кавитационного числа размер каверны увеличивается (рис. 3). В целом, расчетные результаты хорошо совпадают с экспериментальными данными в исследованном диапазоне кавитационных чисел.

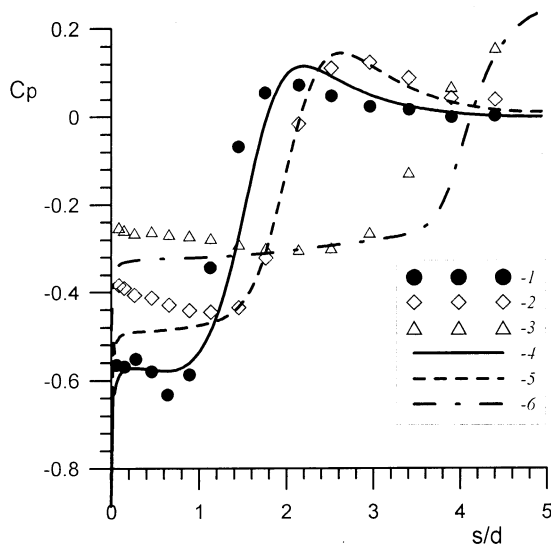


Рис. 1. Распределение коэффициента давления на поверхности тела: сплошная линия – расчет, точки – эксперимент: 1 – эксперимент, течение без кавитации; 2 – эксперимент  $\sigma=0,5$ ; 3 – эксперимент  $\sigma=0,3$ ; 4 – расчет, течение без кавитации; 5 – расчет  $\sigma=0,5$ ; 6 – расчет  $\sigma=0,3$ ;

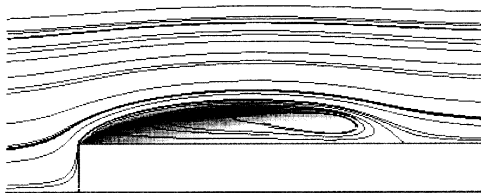


Рис. 2. Обтекание цилиндра, поле плотности и траектории частиц для  $\sigma=0,4$ .

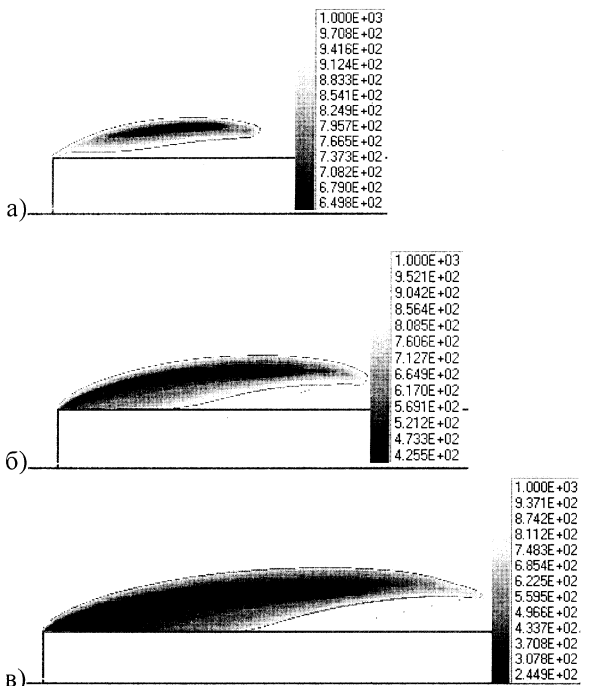


Рис. 3. Обтекание цилиндра, поле плотности: а)  $\sigma=0,5$ ; б)  $\sigma=0,4$ ; в)  $\sigma=0,3$ .

На рис. 4. представлены распределения коэффициента давления на поверхности цилиндрического тела с полусферическим торцом. Полученные расчетные зависимости (рис. 4) хорошо соответствуют

экспериментальным данным [6].

Необходимо отметить, что для данной задачи характер кавитационного процесса отличается от наблюдаемого в предыдущей задаче (рис. 2), что связано с отсутствием отрывной зоны в безкавитационном режиме. В эксперименте для задач такого типа наблюдается режим пленочной кавитации. Этот режим характеризуется большим градиентом плотности.

На рис. 5 приведены поля плотности для разных кавитационных чисел. При кавитационном обтекании наблюдается область рециркуляции течения, формирующаяся за двухфазной областью (рис. 5б). Размер области рециркуляции увеличивается с уменьшением кавитационного числа.

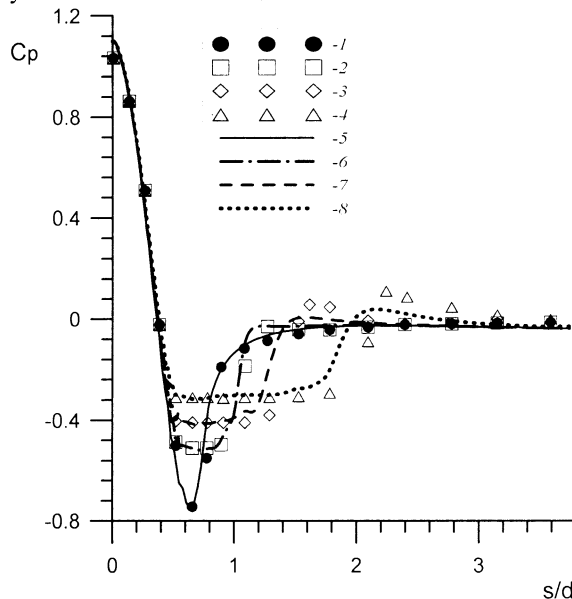


Рис. 4. Распределение коэффициента давления на поверхности тела: сплошная линия – расчет, точки – эксперимент: 1 – эксперимент, течение без кавитации; 2 – эксперимент  $\sigma=0,5$ ; 3 – эксперимент  $\sigma=0,4$ ; 4 – эксперимент  $\sigma=0,3$ ; 5 – расчет, течение без кавитации; 6 – расчет  $\sigma=0,5$ ; 7 – расчет  $\sigma=0,4$ ; 8 – расчет  $\sigma=0,3$ .

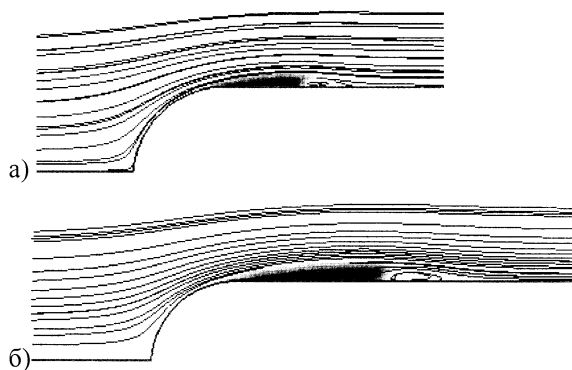


Рис. 5. Обтекание цилиндрического тела с полусферическим торцом, поле плотности и траектории частиц: а)  $\sigma=0,5$ ; б)  $\sigma=0,3$ .

Результаты моделирования обтекания гидрокрыла NACA6602 при кавитационном числе 0,84 и числе Рейнольдса по длине крыла  $10^6$  представлены на рис. 7. Характер кавитационного обтекания крыла

аналогичен обтеканию цилиндра с полусферическим торцом. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментом [7] (рис. 6). При уменьшении кавитационного числа наблюдается срыв потока и кавитационной каверны, и переход к нестационарному периодическому режиму течения.

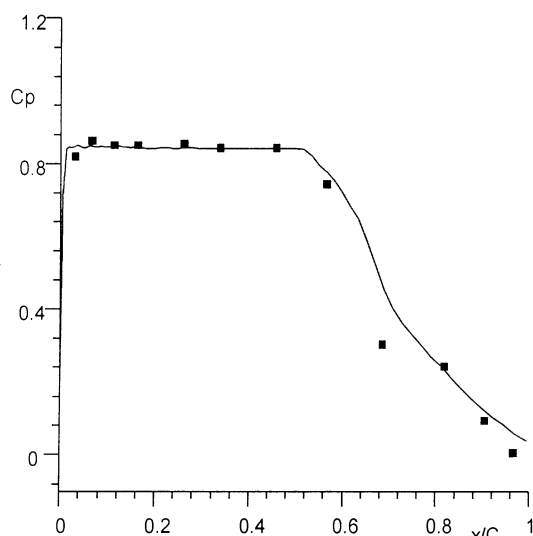


Рис. 6. Обтекание гидрокрыла. Распределение коэффициента давления вдоль стороны разрежения для  $\sigma=0.84$ : линия – расчет, точки – эксперимент [7].

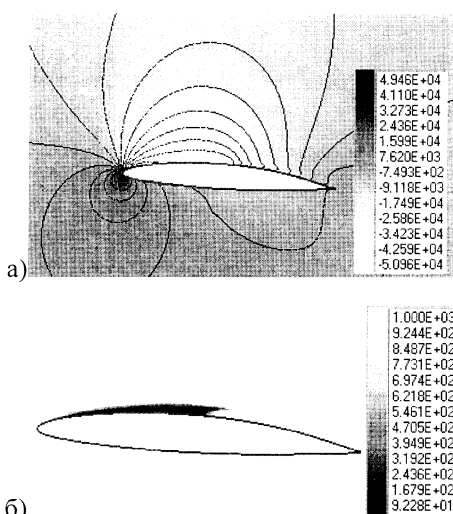


Рис. 7. Обтекание гидрокрыла: а) поле давления; б) поле плотности (кавитационная каверна).

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С использованием методики расщепления для нестационарной формы уравнения неразрывности и уравнения движения среды предложен численный метод для решения задач с сильной связью полей давления и плотности.

На основе CFD кода  $\sigma$ Flow реализованы две модели кавитации. Проведенные численные исследования на ряде тестовых задач показали, что выбранные модели позволяют с хорошей точностью предсказать распределение давления на поверхности обтекаемого тела при наличии кавитации.

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- $\alpha$  – коэффициенты поверхностного натяжения, Н/м
- $k$  – энергия турбулентных пульсаций,  $\text{м}^2/\text{с}^2$
- $\rho$  – плотность,  $\text{кг}/\text{м}^3$
- $\tau$  – временной шаг (схемный параметр), с
- $f$  – массовая концентрация (массовая доля)
- $n$  – номер временного слоя
- $p$  – давление, Па
- $p_s$  – давление насыщенного пара, Па
- $t$  – время, с
- $\mathbf{v}$  – вектор скорости, м/с
- $Y$  – объемная концентрация (объемная доля)

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Kunz, R.F.**, Boger, D.A., Stinebring, D.R., Chyczewski, T.S., Lindau, J.W., Gibeling, H.J., Venkateswaran, S. and Govindan, T.R., 2000, "A preconditioned Navier-Stokes method for twophase flows with application to cavitation prediction," *Computer and Fluids*, 29, p. 849.
2. **Singhal, A.K.**, Vaidya, N. and Leonard, A.D., 1997, "Multidimensional simulation of cavitating flows using a PDF model for phase change," *ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, ASME Paper FEDSM97-3272.
3. **Senocak, I.**, and Shyy, W., 2002, "A Pressure-Based Method for Turbulent Cavitating Flows," *J. Comput. Phys.*, 176, pp. 363-383.
4. **Chen, Y.S.**, and Kim, S.W., 1987. Computation of turbulent flows using an extended  $k$ - $\epsilon$  turbulence closure model, NASA CR-179204.
5. **Menter F.R.** Zonal two equation  $k$ - $\omega$  turbulence models for aerodynamic flows // AIAA Paper. 1993. № 93-2906. 21 p.
6. **Rouse, H.** and **McNown, J.S.**, 1948, "Cavitation and Pressure Distribution, Head Forms at Zero Angle of Yaw," *Studies in Engineering*, Bulletin 32, State University of Iowa Aemes, Iowa.
7. **Shen, Y.**, and **Dimotakis, P.**, 1989 "The Influence of Surface Cavitation on Hydrodynamic Forces," *Proc. 22nd ATTC*, St. Johns, pp. 44-53.