Е.М. Крамченков, Л.И. Урбанович, В.Я. Губарев, В.А.Стерлигов, О.Н.Ермаков

Липецкий государственный технический университет, Россия

# НАЧАЛЬНАЯ ФАЗА ОБЪЕМНОЙ КАВИТАЦИИ

## АННОТАЦИЯ

Данная работа посвящена численному определению размеров паровых пузырьков-зародышей в метастабильной жидкости при объемной кавитации гидродинамического происхождения. Кроме того, в диапазоне температур 273 – 373 К оценивается динамика роста паровых пузырьков для различной степени перегрева воды.

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Кавитация в потоке жилкости возникает в тех ее местах, где происходит ускорение движения и вызванное им падение давления до значений, близких к давлению насыщения (при данной температуре). Различают три разновидности начальной стадии этого процесса (во время которой имеет место рост газовой фазы): пузырьковую, пленочную в виде пояска близ твердой поверхности обтекаемого тела и пленочную в виде пятен. Все они хорошо воспроизводятся опытным путем [1, 2]. Теоретические значения растягивающих напряжений, приводящих к нарушению сплошности жидкой среды, найдены в [3] из условия равновесия парового сферического пузырька, имеющегося в жидкости. Так, при температуре T = 5 °C (поверхностное натяжение  $\sigma =$ = 0.075 Н/м) растягивающие напряжения изменяются от 10 кПа до 100 МПа, если при этом радиус пузырька соответственно уменьшается от 15.10<sup>-6</sup> до 15.10<sup>-10</sup> м. А это означает, что если из воды удалить все пузырьки с размерами более 1.5 нм, то для ее разрыва потребуются растягивающие напряжения, приблизительно равные 100 МПа. Правдоподобность такой оценки долгое время не подвергалась сомнению, поскольку порядок величин растягивающих напряжений (найденных при таком подходе) соответствовал величине члена  $a/v^2$  (учитывающего наличие сил взаимного притяжения между молекулами) в уравнении состояния Ван-дер-Ваальса. Однако согласно более поздним представлениям, разрыв сплошности жидкости реализуется не на уровне молекулярных сил, а на зародышах новой фазы (ими служат мельчайшие газовые или паровые пузырьки, твердые частички взвесей, адсорбирующие газ, гидрофобные полости). Именно этим большинство исследователей и объясняют тот факт, что в экспериментах для чистой воды напряжения. приволяшие к нарушению ее сплошности. составляют не более 3-5 МПа. А по опытным данным Кнэппа [4] сопротивляемость воды растягивающим напряжениям достигает 16-21 МПа, если перед испытанием воду подвергнуть предварительному сжатию под давлением 2.1-2. 9 МПа (причем оказалось, что длительность обработки воды давле-

нием незначительно увеличивает сопротивление Предварительное сжатие жидкости разрыву). уменьшает количество нерастворенного газа и несконденсированного пара, а потому и существенно увеличивается прочность жидкости на разрыв. Характерно, что в обоих рассмотренных выше случаях необходимо знание размеров зародышевых центров, т.е. тех газовых или паровых пузырьков, при достижении которых газовая фаза начинает расти. Радиус такого пузырька обычно называют критическим [1]. А давление жидкости, при котором он возникает - критическим, или порогом кавитации. Разность давлений между давлением насыщения и критическим характеризует так называемый кавитационный запас прочности жидкости.

# 2. АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ АСПЕКТОВ ТЕОРИИ ФЛУКТУАЦИИ К ПРОЦЕССУ ЗАРОЖДЕНИЯ ПАРОВОЙ ФАЗЫ ПРИ КАВИТАЦИИ

Термодинамическая теория флуктуации [1] позволяет определить для гомогенной метастабильной жидкости критическую энергию  $W_{\kappa}$ , необходимую для образования новой (паровой) фазы двояким образом – через величину запаса кавитационной прочности  $\Delta p_{\kappa} = p_s - p_{\kappa}$  и радиус зародышевого центра  $R_{\kappa}$ :

$$W_{\rm K} = \frac{16}{3} \pi \sigma^3 \frac{\Delta p_{\rm K}^2}{\left(1 - \frac{\rho''}{\rho'}\right)^2} = \frac{4}{3} \pi \sigma R_{\rm K}^2 \,. \tag{1}$$

Использовать соотношение (1) для оценки размера критического зародыша затруднительно, поскольку неизвестна степень нестабильности жидкости, определяемая величиной  $\Delta p_{\kappa}$ . Применение же уравнения состояния Ван-дер-Ваальса в целях вычисления максимально возможного значения  $\Delta p_{\kappa}$ при заданной температуре приводит к неудовлетворительному результату: значение минимального давления метастабильной жидкости устремляется к минус бесконечности. Поэтому ссылка на использование такого подхода [5] является малоубедительной. По той же теории в случае стационарной кавитации, имеющей место в некотором объеме метастабильной жидкости, интенсивность возникновения паровых полостей (количество пузырьков критического радиуса, возникающих в единицу времени, в расчете на единицу объема) ј связана с критической энергией и температурой так:

$$\dot{v} = N_{\rm K} \exp(-W_{\rm K}/(kT)) \,. \tag{2}$$

1

Согласно источнику [1] значение N<sub>к</sub> колеблется в пределах  $10^{31} - 10^{41}$  м<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup>. Задание  $N_{\kappa}$  в таких широких пределах приводит к незначительным погрешностям при расчете запаса кавитационной прочности жидкости. Вычисления по формуле (2), выполненные для воды, дают реальные значения интенсивности зарождения паровых центров лишь для узкого диапазона  $R_{\kappa} = 0.9 - 0.975$  нм (а это, кстати, всего в несколько раз больше размеров молекулы воды, что наводит на мысль о неудовлетворительном описании процесса кавитации с помощью выражения (2) для этой жидкости). Например, при одной и той же температуре T = 283 К: при  $R_{\kappa} =$ = 0.9 нм j = 10092 м<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup>, при  $R_{\kappa} = 0.925$  нм j = 267.3 м<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup>, при  $R_{\kappa} = 0.95$  нм j = 6.4 м<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup>, а при  $R_{\kappa} = 0.975$  нм j = 0.139 м<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup>, т.е. в довольно узком интервале увеличения размера критического радиуса (возрастание на 8 %) интенсивность образования паровых пузырьков падает чем в ~ 70 000 раз. А при более высокой температуре – Т = 353 К (в том же диапазоне размеров) величина ј изменяется в пределах от 16·10<sup>13</sup> до 5.98·10<sup>9</sup> м<sup>-3</sup>с<sup>-1</sup>.

Таким образом, прослеживается еще и резкое возрастание величины интенсивности парообразования от температуры. При этом во втором случае количество энергии, забираемой от единицы объема единицу времени, составляет воды В 2.46·10<sup>-6</sup> Дж/(м<sup>3</sup>·с) при  $R_{\kappa} = 0.9$  нм. Показательно, что при T = 283 К и T = 353 К порядок растягивающих напряжений в воде составляет сотню МПа (при T = 283К их значения находятся в диапазоне от 168 до 155 МПа, а при *Т*=353 К – от 139 до 128 МПа), что, по крайней мере, на порядок выше полученных экспериментальных значений [4]. Подчеркнем, что наличие столь малых зародышевых пузырьков в воде (размером приблизительно 1 нм), которые дает флуктуационная теория, подтверждают лишь немногие авторы [2], другие же – указывают на существование гораздо более крупных, размером 5-10 мкм [6].

# **3.** ИССЛЕДОВАНИЕ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЫ КАВИТАЦИИ

#### 3.1. Определение критического размера пузырька

В данной работе избран другой путь для определения критических размеров кавитационных пузырьков в гомогенной жидкости. Суть его – в нахождении затрат энергии при переходе молекул из жидкого монослоя в паровую фазу (процесс испарения). При построении методики опираемся на экспериментальное значение удельной теплоты парообразования и соотношение, связывающее критическую энергию с поверхностным натяжением и критическим радиусом (второе равенство в выражении (1)).

Известно [7], что работа, совершаемая одной молекулой массой *m* при выходе ее из сферы действия других молекул (с характерным расстоянием *c*,

составляющим около 1 нм, а точнее –  $c = b\rho$ ) составляет:

$$W_1 = mac . (3)$$

Здесь a – среднее ускорение, которым обладает молекула на пути c. Но для каждой из молекул, первоначально расположенных на расстоянии более, чем на «c» от поверхности раздела фаз, потребуется при ее проходе через слой толщины «c» совершение работы  $W_1$  (в глубине же объема жидкости равнодействующая всех сил, действующая на каждую такую молекулу, равна нулю). Эта работа затрачивается на преодоление силового воздействия со стороны своих «соседок». Следовательно, полная работа, расходуемая на парообразование, в расчете на одну молекулу составляет:

$$W_2 = 2mac. (4)$$

С другой стороны, внутренняя удельная теплота парообразования (отнесенная к единице массы жидкости)  $r_{\rm B}$  связана с полной r:

$$\mathbf{r}_{\mathrm{B}} = r - p_{s} \left( v'' - v' \right). \tag{5}$$

В расчете на число молекул  $n (n = N_A V_{\kappa} / (\mu v''))$ она составит:

$$r_{1} = \frac{r - p_{s} \left( v'' - v' \right)}{v''} V_{\kappa} \,. \tag{6}$$

Тогда работа  $W_3$ , которая была совершена всеми молекулами, перешедшими в конечном счете из объема жидкости в пузырек пара объемом  $V_{\kappa}$  (и претерпевшими процесс парообразования), может быть определена, как:

$$W_3 = 2nW_1 , \tag{7}$$

где  $nW_1$  — собственно работа парообразования, которая может быть заменена эквивалентной энергией образования пузырька критического размера (соотношение (1), см. также [5]). Учтем это обстоятельство после составления очевидного баланса энергии:

$$r_1 = W_3, \tag{8}$$

т.е.

$$\frac{8}{3}\pi\sigma R_{\kappa}^{2} = \frac{4}{3}\pi R_{\kappa}^{3}\frac{r - p_{s}\left(v'' - v'\right)}{v''}.$$
(9)

Откуда

$$R_{\rm K} = \frac{2\sigma v''}{r - p_s \left(v'' - v'\right)}.$$
 (10)

Поскольку в правой части формулы (10) стоят физические величины для воды и водяного пара, значения которых зависят от температуры [8], то следует ожидать, что критический радиус пузырька, а также критическая энергия и значение растягивающих напряжений, возникающих в момент флуктуации (см. выражение (1)), зависят от этого термодинамического параметра. И, действительно, расчеты подтверждают это предположение. Особенно резкое падение критического радиуса имеет место в диапазоне температур от 273 до 313 К, при этом он уменьшается от значения 0.0131 до 0.002047 мм, т.е. в 6.4 раза. В целом, по сравнению с тем, что дает флуктуационная теория, порядок величин критического радиуса парового пузырька, вычисленный по «энергетическому балансу», на несколько порядков выше (на три – при температурах до 323 К и на два – в диапазоне температур 323 – 363 К). Заметим, что рассчитанные по формуле (10) значения критического радиуса хорошо согласуются с тем диапазоном размеров, на которые указывают различные источники [4, 5]. Что же касается растягивающих напряжений, то их значения не превышают 1.7 МПа. Это также хорошо согласуется с опытными данными [4].

#### 3.2. Динамика роста кавитационного пузырька

Оценить рост кавитационного пузырька (до момента его схлопывания) можно, опираясь на известное решение Плессета и Цвика [9], полученного для кипения воды. Полагаем, что во время роста пузырька его форма остается сферической. Исходим из того, что при кипении в свободном объеме и при кавитации реализуется один и тот же механизм передачи энергии от перегретой жидкости сферическому пузырьку - за счет теплоты перегрева. Она переносится внутри тонкого пограничного слоя, внутренней границей которого является поверхность пузыря. Полагаем (вслед за авторами [9]), что температура пара внутри пузырька постоянна и равна температуре жидкости на поверхности пузырька. Давление пара принимаем равным давлению равновесного насыщения при этой температуре. На внешней границе погранслоя температура практически равна температуре метастабильной жидкости. Таким образом, внутри пограничного слоя, толщина которого нарастает пропорционально  $\sqrt{a\tau}$ , перепад температур составляет величину перегрева  $\Delta T_n$ . Тогда для роста сферического пузырька получается следующая формула:

$$\left(\frac{\partial R}{\partial \tau}\right)_{n=0} = \sqrt{\frac{3}{\pi}} K \tau^{-0.5}, \qquad (11)$$
  
rge  $K = \frac{\lambda \Delta T_n}{r \rho'' a^{0.5}}.$ 

Интегрирование по времени уравнения (11) при начальном условии:  $\tau = 0$  и  $R = R_{\kappa}$  приводит к следующему закону роста кавитационного пузырька во времени:

$$R_{n=0} = R_{\rm K} + 2\sqrt{\frac{3}{\pi}}K\tau^{0.5}.$$
 (12)

Важно подчеркнуть, что в случае кипения воды при атмосферном давлении результаты расчетов радиуса растущего пузырька по зависимости (12) были сверены с экспериментальными данными Дергабедиана [7], полученных с помощью ускоренной киносъемки. Совпадение оказалось очень хорошим.

По графикам рис. 1, полученным для температуры воды в области кавитации 323 К, можно судить, как величина перегрева влияет на динамику роста пузыря. Так, в течение 5 мс пузырек от зародышевого размера – 0.73 мкм при разных значениях перегрева жидкости: 2К, 5К и 7К возрастает до объема, радиус которого составляет соответственно 2.26 мм, 5.74 мм и 8.00 мм.



Рис. 1. Изменение радиуса парового пузыря во времени при различной степени перегрева воды  $\Delta T_n$ : 1 – 2K, 2 – 5K, 3 – 7K

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, предложена методика определения критического радиуса парового пузырька, построенная на основе «энергетического баланса». В случае объемной кавитации воды она приводит к значениям этого размера, которые на несколько порядков больше, чем это следует из термодинамической флуктуационной теории. При этом полученные значения критического радиуса пузырька-зародыша существенно зависят от температуры метастабильной жидкости, и они хорошо корреспондируются с данными различных источников. Найденные размеры критического радиуса послужили исходными данными для нахождения динамики роста одиночных кавитационных пузырьков при различной степени перегрева жидкости.

#### СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

 $R_{n=0}$  – радиус пузыря, м;

- *R* текущий радиус, т.е. расстояние в тепловом пограничном слое (примыкающем к поверхности раздела фаз), отсчитываемое от центра пузыря;
- σ-коэффициент поверхностного натяжения, Н/м;
- $\rho$  плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;
- р', р" плотность жидкости и пара на линии насыщения;
- *p<sub>s</sub>*, *p<sub>K</sub>* давление насыщения, давление критическое (порог кавитации), Па;
- *k* константа Больцмана, Дж/К;
- *T*, *T*<sub>s</sub> текущая температура жидкости и температура насыщения, К;
- *b* коэффициент пропорциональности;
- v', v" удельный объем жидкости и пара на линии насыщения;

 $N_A$  – число Авогадро, кмоль<sup>-1</sup>;

- µ молярная масса, кг/кмоль;
- λ коэффициент теплопроводности жидкости, Вт/(м·К);
- *а* коэффициент температуропроводности жидкости,

м<sup>2</sup>/с;

τ – время, с;

 $\Delta T_n = T - T_s$  – степень перегрева жидкости, К.

Индексы:

- к критический (критическая);
- n=0 относящийся к поверхности пузыря.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акуличев В.А. Кавитация в криогенных и кипящих жидкостях. М.: Наука, 1968. 326 с.

- 2. Рождественский В.В. Кавитация. Л.: Судостроение, 1977. 247 с.
- 3. **Арзуманов Э.С.** Кавитация в местных сопротивлениях. М.: Энергия, 1978. 302 с.
- Кнэпп Р., Дейли Дж., Хаммит Ф. Кавитация. М.: Мир, 1974. 687 с.
- 5. Скрипов В.П. Метастабильная жидкость. М.: Наука, 1972. 307 с.
- 6. **Перник А.Д.** Проблемы кавитации. Л.: Судостроение, 1966. 439 с.
- 7. Кашин H.B. Курс физики. М.: Учпедгиз, 1948. 438 с.
- Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. 708 с.
- Plesset M.S. Zwick S.A. The Growth of Vapour Bubbles in Superheated Liquids // Journal of Applied Physics, 1954. V. 25. № 4. P. 38–43.