

## ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ БИНАРНОЙ СМЕСИ В СВЯЗАННЫХ КАНАЛАХ

## АННОТАЦИЯ

В работе представлены результаты экспериментального и теоретического исследования тепловой конвекции бинарной смеси в связанных вертикальных каналах. Описана методика тепловых измерений, приведены экспериментальные данные и некоторые результаты теоретических расчетов. В ходе исследования обнаружены колебательные и монотонные конвективные режимы. Расчет полей скорости, температуры и концентрации примеси показал, что поведение бинарной смеси определяется конкуренцией термодиффузионного и термогравитационного механизмов конвекции.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение конвективных течений в трехмерных областях представляет собой важное направление в гидродинамике. Определенные предположения о геометрии области и характере течения часто дают возможность упростить решение трехмерной задачи. Так, простой полостью, позволяющей преобразовать трехмерную задачу к двумерной, является ячейка Хеле — Шоу [1]. С помощью динамических моделей, учитывающих всего несколько нижних мод, можно с хорошей точностью описать конвективные течения в ячейке Хеле — Шоу не только вблизи порога, но и при больших надкритичностях. Другой удобной физической моделью, позволяющей сопоставлять экспериментальные данные по тепловой конвекции с результатами теоретических расчетов, являются связанные каналы (конвективная петля). При выполнении расчетов конвективных движений в длинных связанных каналах можно использовать приближение прямолинейных траекторий, что сильно упрощает исходные уравнения.

В [2] установлено, что в отличие от однородных жидкостей течение бинарной смеси в конвективной петле возникает “жестко”. В эксперименте вблизи порога наблюдаются колебания, что свидетельствует о необходимости учета явления термодиффузии при анализе причин возникновения конвекции. Данная работа представляет собой исследование тепловой конвекции бинарной смеси в длинных связанных каналах с учетом термодиффузии. Изучены переходные стадии и установившиеся режимы стационарной и нестационарной конвекции. Особое внимание пришлось уделить расчету распределения концентрации примеси поперек каналов. В ходе расчетов было показано, что именно явление термодиффузии ответственно за колебательный характер конвекции вблизи порога.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЭКСПЕРИМЕНТ

Экспериментальная установка (рис. 1) представляет собой металлические каналы квадратного сечения, соединенные сверху и внизу перемычками того же профиля. Полуширина канала  $d$  равна 3.2 мм. Конвективная петля снабжена массивными изотермическими теплообменниками, по которым циркулирует термостатирующая жидкость. Благодаря этому создается однородное по сечению и линейное по длине стержня распределение температуры. Высота вертикальных каналов составляет  $H = 50$  мм.

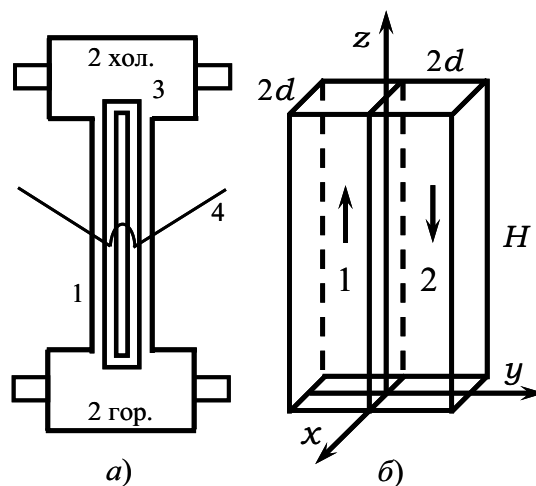


Рис. 1. Экспериментальная установка: а) 1 — медный стержень, 2 — теплообменники, 3 — связанные каналы, 4 — дифференциальная термопара для регистрации конвективного течения; б) — система координат

Для проведения визуальных наблюдений каналы закрывались прозрачной пластиной из органического стекла. Для заливки жидкости в пластине из оргстекла были укреплены два штуцера — тонкие медные трубки. В качестве рабочей жидкости была выбрана смесь четыреххлористого углерода  $CCl_4$  и декана  $C_{10}H_{22}$ . Коэффициент концентрации у такой смеси достигает значения  $\beta_c = 1.9$ , а температурный коэффициент плотности декана равен  $\beta_t = 1.1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ , поэтому даже слабые неоднородности концентрации создают достаточно сильные неоднородности плотности, конкурирующие с температурными возмущениями. Термодиффузионные свойства применявшейся в опытах смеси детально не изучены, однако известны свойства похожих растворов. Так, раствор  $CCl_4$  в гексане имеет положительный коэффициент  $Co_{pe} Sr = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ K}^{-1}$ . Если предположить, что использо-

ванный нами раствор имеет близкое значение коэффициента  $SoRe$ , то можно оценить термодиффузионные параметры нашей среды. Для 5 %-ного раствора ( $C_o = 0.05$ ) более плотного  $CCl_4$  в менее плотной жидкости  $C_{10}H_{22}$  коэффициент термодиффузии  $\alpha$  и термоконцентрационный параметр  $\varepsilon$  можно оценить так:

$$\alpha = Sr(1 - C_o)C_o \approx 10^{-3} \text{ К}^{-1};$$

$$\varepsilon = \alpha \beta_c / \beta_t \approx 2.$$

Для определения числа Прандтля смеси воспользуемся свойствами декана, полагая, что малая добавка тяжелой примеси не способна сильно изменить этот параметр у смеси:

$$Pr = \nu / \chi \approx 15,$$

где  $\nu$  и  $\chi$  — коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности жидкости. Жидкие смеси характеризуются малыми значениями  $D$  в сравнении с коэффициентом кинематической вязкости, поэтому далее будем предполагать, что смесь характеризуется числом Шмидта

$$Sc = \nu / D \sim 500.$$

В эксперименте объемная концентрация четыреххлористого углерода в декане менялась от 0 % (чистый декан) до 100 % (чистый четыреххлористый углерод). Смеси готовились в стеклянной колбе и перед заливкой в каналы тщательно перемешивались. Интенсивность течения в эксперименте фиксировалась дифференциальной термопарой с диаметром электродов 0.1 мм, установленной в середине по высоте каналов. Каждый спай термопары имел длину 1.5 мм и достигал центра канала, поэтому можно считать, что спай некоторым образом усреднял температуру поперек канала. При сопоставлении теоретических расчетов и термопарных измерений использовался эмпирический коэффициент осреднения. Спаи второй термопары были вставлены в тонкие сверления внутри теплообменников и измеряли вертикальный перепад температур  $\Delta T$ . Показания обеих термопар измерялись цифровым вольтметром В7-21 и записывались самопишущим прибором КСП-4 на диаграммную бумагу. В качестве меры интенсивности течения использовали безразмерную величину  $\Theta = |\theta| / \Delta T$ , где  $\theta$  — показания термопары,  $\Delta T$  — вертикальный перепад температур между теплообменниками.

### 3. КОНВЕКЦИЯ В ОДНОРОДНЫХ ЖИДКОСТЯХ И БИНАРНОЙ СМЕСИ

При нагреве снизу конвекция в чистых жидкостях (декане и четыреххлористом углероде) возникает в соответствии с известными теоретическими и экспериментальными результатами по конвективной устойчивости однокомпонентных ньютоновских жидкостей. При малых вертикальных перепадах температур названные жидкости находятся в состоянии устойчивого механического равновесия. При достижении критического перепада температур от равновесия “мягко” ответвляется монотонное конвективное циркуляционное течение, когда жид-

кость поднимается вверх в одном из каналов и опускается вниз в другом. Интенсивность течения увеличивается с ростом температурного градиента. Критический перепад температуры, при котором начинается конвективная циркуляция декана,  $\Delta T_o = 1.50 \pm 0.05$  К. Тепловое число Рэлея определялось через температурный градиент  $\Delta T/H$  следующим образом:

$$R_t = \frac{g \beta_t d^4}{\nu \chi} \nabla T,$$

где  $g$  — ускорение свободного падения. Иногда вместо числа Рэлея использовался параметр надкритичности  $\mu_t = R_t / R_{tc}$ . В опытах с равной вероятностью возникали оба направления течения жидкости.

Если в каналы заливалась тщательно перемешанная смесь рабочих жидкостей, то результаты качественно изменялись, см. рис. 2. После достижения критического числа Рэлея в каналах начинался колебательный рост возмущений, который в зависимости от начальных условий завершался либо стационарным циркуляционным течением, либо низкочастотными колебаниями в виде поочередной смены направления циркуляции смеси. Период таких перебросовых колебаний был равен приблизительно одному часу, поэтому за время эксперимента порядка 10 часов удавалось наблюдать примерно 10 перебросовых колебаний без заметного изменения их частоты и амплитуды, см. фрагмент (а) на рис. 2. С ростом числа Рэлея форма колебаний трансформировалась от почти синусоидальной до близкой к прямоугольной. Система совершала регулярные переходы от состояния с одним направлением вращения в состоянии с противоположным направлением циркуляции. Увеличение надкритичности приводило к тому, что период перебросов неограниченно возрастал, т. е. система переходила в одно из двух устойчивых стационарных состояний с определенным направлением течения.

На рис. 2 показаны амплитудные кривые  $\Theta = \Theta(\mu_t)$  для смесей различных концентраций в случае, когда в результате переходных колебаний в смеси устанавливалось стационарное течение. Экспериментальные точки на оси абсцисс соответствуют значениям управляющего критерия  $\mu_t$ , при которых в разных реализациях совершались переходы от механического равновесия к интенсивной стационарной циркуляции. Эксперименты показали, что в жидких бинарных смесях конвективная неустойчивость равновесия связана с колебательным ростом начальных возмущений и сопровождается гистерезисом по числу Рэлея. Частота переходных колебаний оказалась однозначно связанной с величиной надкритичности, при которой начинался переходный процесс. На фрагменте рис. 2, б приведен график зависимости квадрата частоты переходных колебаний от глубины надкритичности.

Механизм, отвечающий за неоднородности концентрации представляет собой термодиффузионное

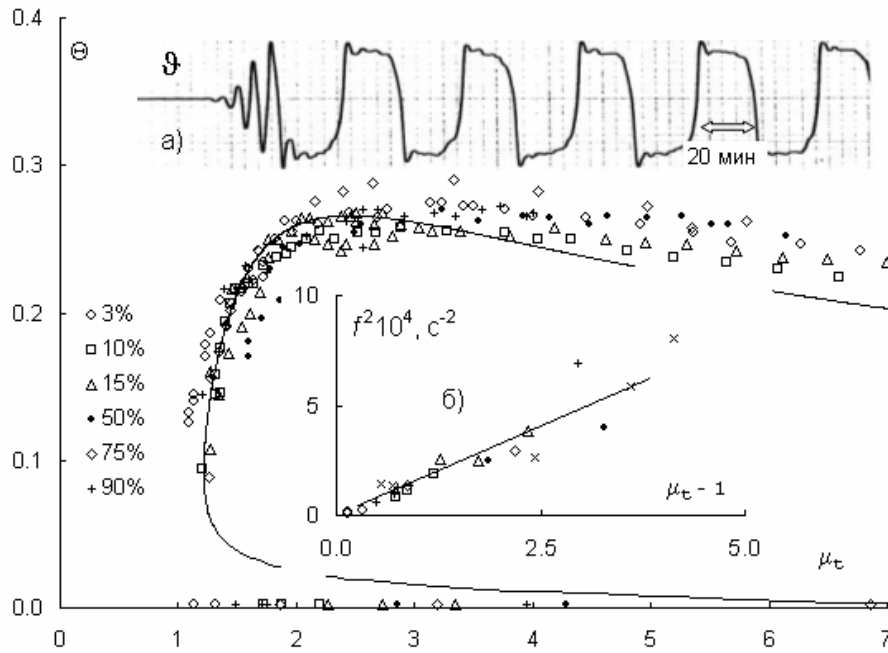


Рис. 2. Интенсивность конвективной циркуляции бинарной смеси  $\text{CCl}_4$  в декане  $\text{C}_{10}\text{H}_{22}$ :  $a$  — запись с термопары колебательного перехода от механического равновесия к интенсивной конвекции для трехпроцентной примеси;  $b$  — частота переходных колебаний в зависимости от надкритичности

разделение смеси, возникающее из-за горизонтальных градиентов температуры  $\nabla T_{x,y} \approx \theta/d$ , а не за счет слабых вертикальных градиентов  $\nabla T_z \approx \Delta T/h \sim 0.3$  К/см с характерным временем разделения компонентов  $h^2/D \sim 10^3$  часов.

Величина горизонтальных градиентов температуры из-за небольшого поперечного размера канала на порядок больше и составляет 3 К/см. Эти градиенты возникают только в циркулирующей жидкости. Время разделения поперек канала  $h^2/D \sim 1$  ч, что совпадает по порядку величины со временем оборота жидкости по контуру, т.е. жидкая частица успевает поменять свой состав за время движения в каждом из каналов. При достаточно медленной циркуляции можно предполагать обратное влияние сгенерированных термодиффузией неоднородностей концентрации на конвективное течение. Причем эксперименты и оценки показывают, что следует уделить особое внимание структурам полей поперек канала.

#### 4. МЕТОДИКА РАСЧЕТОВ

Выберем систему координат так, чтобы ось  $z$  была направлена вдоль канала (рис. 1, б). В этой системе координат  $\vec{\gamma} (0, 0, 1)$  — единичный вектор, направленный вертикально вверх. На вертикальных границах каналов поддерживается линейное распределение температуры, соответствующее подогреву снизу. Можно показать, что при таком распределении температуры в бинарной жидкости возможно состояние механического равновесия.

При описании конвективных течений будем использовать известные уравнения для бинарной не-

сжимаемой смеси, которые впервые были получены в работе [3], исходя из уравнений гидродинамики в приближении Буссинеска:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\nabla p + \Delta \vec{v} + \frac{\text{Ra}H}{\text{Pr}}(T-C)\vec{\gamma}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)T = \frac{1}{\text{Pr}}\Delta T, \quad \text{div } \vec{v} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{v}\nabla)C = \frac{1}{\text{Sc}}(\Delta C + \varepsilon\Delta T). \quad (3)$$

Здесь  $\vec{v}$ ,  $T$ ,  $C$ ,  $p$  — безразмерные поля скорости, температуры, концентрации тяжелой примеси и давления. В рамках используемого подхода предполагается, что потоки вещества и тепла обусловлены градиентами концентрации и температуры следующим образом:

$$\vec{J} = -\rho D(\nabla C + \alpha\nabla T), \quad \vec{q} = -\kappa\nabla T,$$

где  $\rho$ ,  $\kappa$  — соответственно плотность и коэффициент теплопроводности. При безразмеривании уравнений (1)–(3) были выбраны следующие единицы измерения:  $d$  (расстояние),  $d^2/\nu$  (время),  $\nu/d$  (скорость),  $\Theta$  (температура),  $\beta_l\Theta/\beta_c$  (концентрация),  $\rho\nu^2/d^2$  (давление).

Система уравнений содержит четыре безразмерных параметра: числа Прандтля ( $\text{Pr}$ ), Шмидта ( $\text{Sc}$ ), Рэлея ( $\text{Ra}$ ) и безразмерный параметр  $\varepsilon$ , который характеризует явление термодиффузии в смеси.

На вертикальных границах каналов для скорости ставится условие прилипания. Стенки каналов считаются идеально теплопроводными, поэтому возмущения температуры на границах расчетной области равны нулю. Помимо этого на твердых непроницаемых для вещества стенках каналов равна

нулю нормальная компонента плотности диффузионного потока:

$$\vec{v}|_{\Gamma} = 0, \quad T|_{\Gamma} = 0, \quad J_n|_{\Gamma} = 0.$$

Обезразмерив выражение для плотности диффузионного потока вещества, получим граничное условие вида

$$\frac{\partial C}{\partial \vec{n}} + \varepsilon \frac{\partial T}{\partial \vec{n}} = 0. \quad (4)$$

Также наложим условие нулевого расхода через сечение обоих каналов:

$$\iint_S (v_z^{(1)} + v_z^{(2)}) dx dy = 0.$$

При нахождении зависимости полей скорости, температуры и концентрации от вертикальной координаты использовалась процедура Галеркина — Канторовича. Далее система уравнений решалась численно методом конечных разностей. Компьютерный модуль был написан на языке программирования FORTRAN-90. Алгоритм был разработан в соответствии с явной схемой решения уравнений [4]. При аппроксимации производных по времени и производных по координатам использовались соответственно односторонние и центральные разности. Количество узлов в сечении канала было равно  $39 \times 39$ . В ходе расчетов использовался метод установления. В соответствии с экспериментом расчеты производились для каналов с высотой  $H = 31$ . В большинстве расчетов числа Шмидта и Прандтля были равны  $Pr = 5$ ,  $Sc = 25$ .

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Представим результаты расчетов нелинейных уравнений (1) — (3) для левого канала. Как и ожидалось, в однородной жидкости конвекция в случае превышения критического значения числа Рэлея возникает “мягко”. В зависимости от формы возмущения в левом канале может возникать как подъемное, так и опускное течение.

Ситуация кардинально меняется, когда в жидкости появляется примесь. Конвекция в бинарной смеси возникает “жестко”, причем порог определяется колебательными возмущениями. Для малых надкритичностей возмущение, внесенное в жидкость, сначала нарастает, а затем устанавливается колебательный режим с определенной амплитудой и частотой. Расчеты показывают, что при увеличении надкритичности период колебаний сначала уменьшается, а затем неограниченно растет. При увеличении числа Рэлея течение в каналах становится все более интенсивным, а зависимость амплитуды от времени более сложной. Когда концентрационные эффекты перестают играть ключевую роль, при определенном числе Рэлея в результате колебаний начинает устанавливаться стационарное течение. Примеры полей концентрации тяжелой примеси в разных сечениях канала приведены на рис. 3. Результаты расчетов соответствуют определенным начальным условиям, когда в левом канале устанавливается опускное течение. Видно, что за счет термодиффузии примесь сложным образом

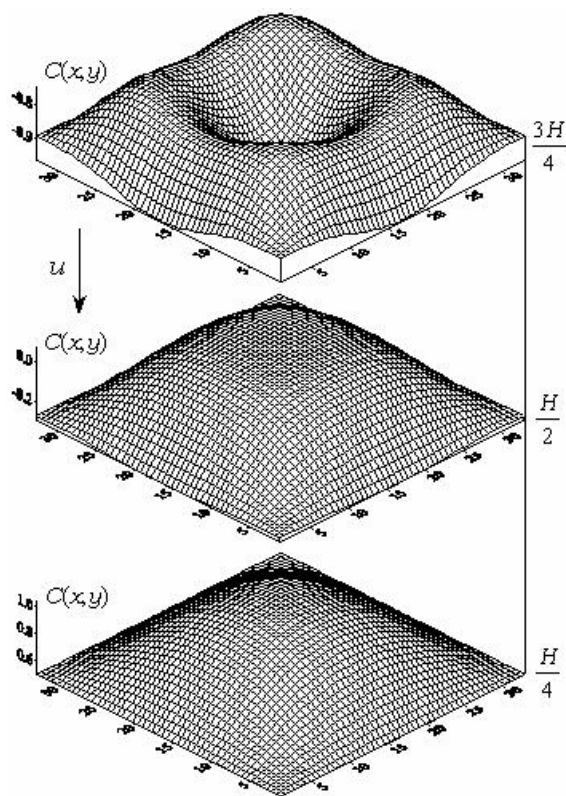


Рис. 3. Поле концентрации в разных сечениях канала

перераспределяется как в сечении канала, так и по вертикали.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе экспериментально и теоретически исследовано влияние, оказываемое наличием тяжелой примеси в жидкости на возникновение тепловой конвекции в связанных каналах. В широком диапазоне управляющих параметров численно методом конечных разностей изучены переходные режимы и установившиеся конвективные течения. Показано, что в зависимости от величины надкритичности в бинарной смеси возможны как стационарные, так и колебательные установившиеся режимы тепловой конвекции.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (коды проектов: Урал № 04-01-96029, № 04-01-00586) и гранта поддержки Ведущих научных школ (код проекта НШ — 1981.2003.1).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабушкин И. А., Демин В. А. // Тр. Междунар. науч.-техн. конф. “Прикладная синергетика — II”. Т. II. Уфа: Уфим. нефт. техн. ун-т, 2004. С. 78.
2. Глухов А.Ф., Зорин С.В., Путин Г.Ф., Петухова Е.С. // Конвективные течения: Сб. науч. трудов. Пермь: Перм. пед. ин-т, 1985. С. 24.
3. Шапошников И. Г. // Прикладная математика и механика. 1953. Т. 17, №5. С. 604.
4. Тарунин Е. Л. Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. 228 с.