В.С. Бердников, В.А. Винокуров, В.В. Винокуров, В.А. Гапонов

Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск, Россия

СМЕШАННАЯ КОНВЕКЦИЯ В МЕТОДЕ ЧОХРАЛЬСКОГО С НЕПОДВИЖНЫМ ТИГЛЕМ

АННОТАЦИЯ

Исследованы режимы смешанной конвекции расплавов с числами Прандтля 0.05, 16, 45.6 в методе Чохральского. Численные исследования проведены методами конечных и компактных разностей. Исследованы гидродинамика и теплообмен при наложении вынужденной конвекции, возбуждаемой вращающимся кристаллом на заданный режим тепловой гравитационно-капиллярной или термогравитационной конвекции.

1. ВВЕДЕНИЕ

В наиболее широко применяемом для вытягивания монокристаллов из расплавов методе Чохральского тепловая гравитационно-капиллярная конвекция, возникающая из-за перепада температуры между фронтом кристаллизации (ФК) и стенками тигля, принципиально неустранима и плохо управляема [1-11]. Простейший способ управления гидродинамикой и конвективным теплообменом в системах "тигель-расплав-кристалл", применяемый в технологии. — это врашение кристалла. Но процесс перехода от режима свободной конвекции к технологически оптимальным режимам смешанной или вынужденной конвекции при увеличении угловой скорости вращения кристалла до настоящего времени не исследован достаточно полно. Для решения вопроса о корреляции условий роста кристалла и его объемных кристаллографических характеристик необходимо прогнозировать гидродинамику расплава в объеме и в пограничном слое на фронте кристаллизации и обусловленные ее особенностями формы изотерм и радиальные распределения локальных тепловых потоков. Данная работа является продолжением цикла работ [4-10]. Численно, методами конечных и компактных разностей, вначале была исследована ламинарная термогравитационная и тепловая гравитационно-капиллярная конвекция, а затем на выбранные свободноконвективные режимы (при заданных начальных значениях Gr и Ma) накладывалось равномерное вращение кристалла и исследовались эволюция структуры течения и теплообмен с ростом числа Рейнольдса для Pr = 0.05; 16; 50. Экспериментально изучено в ламинарных режимах влияние комбинации сил плавучести и термокапиллярного эффекта при добавке центробежных сил на особенности гидродинамики, конвективный теплообмен и на форму фронта кристаллизации. В качестве жидкости-имитатора расплава использован гексадекан с числом Прандтля Pr = 45,6.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Идеализированная модель процессов в системе "тигель—расплав—кристалл" — это смешанная конвекция у охлаждаемых и равномерно вращающихся дисков, частично закрывающих свободную поверхность жидкости, находящуюся в неподвижном цилиндрическом контейнере с подогреваемыми боковыми стенками. Использована система уравнений конвекции в приближении Буссинеска и в предположении осевой симметрии полей движения и температуры в переменных вихрь, функция тока, температура, азимутальная скорость. Система уравнений и граничных условий для смешанной конвекции:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U \frac{\partial \omega}{\partial r} + V \frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{U \omega}{r} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\Delta \omega - \frac{\omega}{r^2} \right) - \frac{Gr}{\text{Re}^2} \frac{\partial \theta}{\partial r};$$
$$\Delta \psi - \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = r \omega;$$
$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial r} + V \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{\text{Pr}^* \text{Re}} \Delta \theta;$$

дно тигля (жесткое, адиабатическое):

$$\Psi = 0$$
, $\frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0$, $\frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0$, $W = 0$, $z = 0$, $0 \le r \le R_T$;

боковая поверхность:

$$\psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial r} = 0, \quad \theta = 1, \quad W=0, \quad 0 \le z \le H, \quad r = \mathbb{R}_{\mathrm{T}};$$

свободная поверхность (с учетом термокапиллярного эффекта на теплоизолированной границе):

$$\psi = 0, \ \omega = -\frac{\mathrm{Ma}}{\mathrm{Pr}\,\mathrm{Re}}\frac{\partial\theta}{\partial z}, \ \frac{\partial\theta}{\partial z} = 0, \ \frac{\partial\mathrm{W}}{\partial z} = 0,$$

$$z = H, 1 \le r \le R_T$$

фронт кристаллизации:

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0, \quad \Theta = 0, \quad W = r, \quad z = H, \quad 0 \le r \le 1;$$

ось симметрии:

$$\psi = 0$$
, $\omega = 0$, $\frac{\partial \theta}{\partial r} = 0$, $W = 0$, $0 \le z \le H$, $r = 0$.

При приведении уравнений к безразмерному виду в качестве масштабов использованы: масштаб длины — радиус кристалла R_K ; температуры разность температур между кромкой кристалла и стенками тигля ΔT ; скорости — линейная скорость кромки кристалла $\omega_K R_K$. Численное моделирование методом конечных разностей проводилось в основном на равномерной сетке 160×160 или 320×320. Схема расчетной области понятна из рис. 1, 2.



Рис. 1. Зависимость структуры течения от Re при Pr = 16



Рис. 2. Зависимость структуры течения от Re при Pr = = 0,05, Gr = 84 170, Ma = 103,5

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Локальные характеристики в режиме смешанной конвекции зависят от относительного вклада конкурирующего со свободной конвекцией вынужденного течения. В [4, 5, 7] экспериментально было показано, что при достижении критического значения Re_K, зависящего от Gr и Ma, под вращающейся поверхностью возникает центробежный вихрь и формируется четкая граница раздела течений центробежной и свободноконвективной природы. Положением границ раздела в объеме и столкновения на свободной поверхности или под ФК вынужденного и свободноконвективного потоков (рис. 1, 2) определяются интенсивность и степень радиальной однородности теплообмена на ФК (рис. 3-7). Поэтому положение границы встречи потоков является важным технологическим параметром [3-5], зависящим от Gr/ $\operatorname{Re_K}^2$ при заданном Pr.



Рис. 3. Зависимости радиальных распределений локальных тепловых потоков от Re при Pr = 16



Рис. 4. Зависимость Nu от Re при Pr = 16

Для фиксированных перепадов температуры, соответствующих: Gr = 200, Ma = 167; Gr = 2000, Ma = = 1669; Gr = 3500, Ma = 2920; Gr = 5835, Ma = 4870 при Pr = 16 была прослежена качественная перестройка структуры течения при увеличении вклада вынужденной конвекции в ее формирование для

чисел $0 \le \text{Re}_{\text{K}} \le 250$. На рис. 1 представлен пример универсального сценария эволюции структуры течения (изолиний функции тока у и изотерм) с ростом числа Re при Gr = 2000 и Ma = 1669, Pr = 16. На рис. 2 то же для Pr = 0,05. Слева всюду ось симметрии. Относительный радиус модели кристалла $R_{T}/R_{\kappa} = 2.76$, относительная высота слоя жидкости в тигле H/R_т = 0.7 во всех случаях. До числа Re = 40 при Pr = 16 свободноконвективное течение полностью подавляет центробежное. Пространственная организация этого течения: от ФК вниз движется опускная холодная струя, затем следуют радиальное растекание по адиабатическому дну к стенкам тигля, подъемное течение по нагретым боковым стенкам и радиальное течение к кромке кристалла вдоль свободной поверхности жидкости. С ростом Re в физическом эксперименте наблюдается вначале очень слабая подкрутка опускной струи из-под ФК, и только на начальном участке струи. По мере роста ω_к растет длина закрученного участка. Течение центробежной природы появляется при Re = 42 (рис. 1, *a*): в области г $\approx R_{\kappa}/2$ появился вихрь, в котором течение в плоскости r-z направлено навстречу свободноконвективному. Структура глобального течения практически не изменилась, но в пограничном слое на вращающейся поверхности изменения кардинальные.



Рис. 5. Зависимости радиальных распределений локальных тепловых потоков от Re при Pr = 0.05



Рис. 6. Зависимость Nu от Re при Pr = 0.05



Рис. 7. Зависимость Nu от Re при Pr = 0.05

При физическом моделировании [4, 5, 7] размер отчетливо наблюдаемой зоны вынужденного течения с ростом Re практически не увеличивается по радиусу, а сразу же устанавливается практически равным R_K. В численных расчетах после возникновения кольцевого вихря с ростом Re область вынужденного течения увеличивается в радиальном и осевом направлениях (рис. 1, б-г). В диапазоне $50 \le \text{Re} \le 130$ с ростом Re, как и в эксперименте, быстро растут размеры центробежного вихря в осевом направлении. Граница встречи двух потоков при Re = 136 выходит на кромку кристалла. Процесс формирования и развития центробежного течения приводит к принципиальному изменению структуры пограничного слоя на ФК. Меняется направление обтекания ФК и его интенсивность. Соответственно меняется режим теплообмена (рис. 3-7). При увеличении Re наступает момент, когда вынужденное течение полностью подавляет свободноконвективное течение. В этих режимах циркуляция жидкости противоположна описанной выше: жидкость подтягивается к ФК, отбрасывается вдоль свободной поверхности жидкости к стенке тигля, опускается вниз вдоль нее и вновь подтягивается к ФК. Причем жидкость движется не только в радиальном и осевом, но и в азимутальном направлении, т.е. траектории движения частиц жидкости — это намотка на тор, сечение которого видно на рис. 2, г. При Pr = = 0.05 на начальном этапе с ростом Re центробежный вихрь появляется не под вращающейся поверхностью, а у дна в приосевой области. Расчеты конечными разностями и с использованием схем повышенного порядка точности (методом компактных разностей) при исходных режимах термогравитационной и гравитационнокапиллярной природы дают один и тот же качественный результат: пространственная форма одна и та же, показанная на рис. 2, б. Но критические значения Re зависят от Gr и Ma. С ростом Re вихрь растет в осевом направлении и приобретает форму, универсальную не зависящую от Pr, рис. 2, в. Особенностью случая Pr = 0,05 является появление в закрученной струе сначала одной, затем двух рециркуляционных зон (рис. 2, в). Стадия распада закрученной струи слабо выражена, в отличие от случая Pr = 16 [5]. Представленные на рис. 1, 2 данные позволяют объяснить закономерности локальной теплоотдачи на ФК (рис. 3, 5) и зависимости

интегрального коэффициента теплоотдачи от Re (рис. 4, 6, 7).

Локальные тепловые потоки на ФК по сравнению с режимами свободной конвекции с ростом Re становятся все более однородно распределенными вдоль всего ФК, за исключением небольшой области около кромки кристалла. С точки зрения оптимизации технологии выращивания совершенных монокристаллов необходимо наличие плоского ФК. Из рис. 3 отчетливо видно, что замечательной особенностью обладает режим при Re = 210, когда граница встречи свободноконвективного и вынужденного потоков оттеснена от кромки кристалла, но свободная конвекция еще полностью не подавлена. Кроме того, в этом режиме наиболее однородное распределение температуры в подкристальной области. Т.о. подбирая режим вращения кристалла, можно получить почти плоский ФК и улучшить условия получения совершенных монокристаллов.

С ростом Re вначале наблюдается монотонное уменьшение среднего теплового потока к ФК до момента развития подкристального вихря центробежной природы (рис. 4, 6, 7). Начиная с Re, при котором развивается центробежная конвекция, начинается монотонный рост интегрального теплового потока вплоть до полного подавления свободной конвекции и далее. Отличие жидкометаллических сред, как и при свободной конвекции, состоит в том, что конвективный теплообмен вносит существенный вклад на фоне высокой теплопроводности, начиная с критических скоростей течения, определяемых Re (рис. 6, 7).



Рис. 8. Зависимость формы фронта кристаллизации от режима течения, $\Pr = 45,6$: *а* — сопоставимый вклад свободной и вынужденной конвекции, $\operatorname{Gr} = 3575$; $\operatorname{Ma} = 3454$; $\operatorname{Re} = 40.4$; *б* — подавляющее влияние вынужденной конвекции, $\operatorname{Gr} = 4750$; $\operatorname{Ma} = 4590$; $\operatorname{Re} = 91$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены исследования эволюции пространственной формы течения с ростом чисел Re при заданных Pr, Gr и Ma. При смешанной конвекции можно выделить следующие характерные стадии развития течения: 1) практически чисто тепловая гравитационно-капиллярная конвекция с подкрученной опускной струей холодной жидкости, но структура и направление глобальной циркуляции жидкости в тигле не меняется; 2) режим с характерным именно для данной задачи разделением областей превалирующего влияния сил плавучести и термокапиллярного эффекта и центробежных сил, т.е. с четко выделенной границей раздела областей вынужденного и свободноконвективного течений в некотором диапазоне чисел Re, зависящем от Gr, Ma и Pr; 3) режим полного подавления свободной конвекции вынужденной. Эксперименты на модельной жидкости с реальной кристаллизацией показали, что выводы о возможных формах фронта кристаллизации, сделанные по результатам исследований однофазной конвекции в различных режимах конвекции, подтверждаются.

Работа была поддержана РФФИ (гранты № 02-01-00808а и № 05-01-00813а) и СО РАН (интеграционные проекты № 155 — 2003 и № 84 — 2006).

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

Gr = $\beta g \Delta TR_K^3 / v^2$ — число Грасгофа;

Ra = $\beta g \Delta TR_{\rm K}^3 / av$ — число Рэлея;

 $Ma = (-\partial \sigma / \partial T) \cdot \Delta T \cdot R_K / \mu a$ — число Марангони;

Re = $\omega_{\rm K} R_{\rm K}^2 / v$ — число Рейнольдса;

Pr = v/a — число Прандтля;

Т — температура, К;

- ΔT перепад температуры, К;
- *H* высота слоя расплава;
- *R*_K, *R*_T радиусы кристалла и тигля;
- *ω*_К угловая скорость вращения кристалла;
- β коэффициент объемного расширения;
- g ускорение свободного падения;
- $a = \lambda / \rho C_P$ коэффициент температуропроводности;
- µ коэффициент динамической вязкости;
- и коэффициент кинематической вязкости;
- σ коэффициент поверхностного натяжения;
- λ коэффициент теплопроводности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Тепло- и массообмен при получении монокристаллов / П.К. Конаков, Г.Е. Веревочкин, Л.А. Горяинов и др. М.: Металлургия, 1971. 240 с.
- 2. Шашков Ю.М. Выращивание монокристаллов методом вытягивания. М.: Металлургия, 1982. 312 с.
- Полежаев В. И. Гидродинамика, тепло- и масообмен при росте кристаллов // Итоги науки и техники, сер. МЖГ. М.: ВИНИТИ, 1984. Т. 18. С. 198—268.
- 4. Бердников В.С., Борисов В.Л., Панченко В.И. Экспериментальное моделирование гидродинамики и теплообмена при выращивании монокристаллов методом Чохральского // Теплофизические явления при кристаллизации металлов: Сб.науч.тр. ИТ СО РАН. Новосибирск. 1982. С. 77—92.
- 5. Бердников В.С., Борисов В.Л., Марков В.А., Панченко В.И. Лабораторное моделирование макроскопических процессов переноса в расплаве при выращивании монокристаллов методом вытягивания // Гидродинамика и теплообмен в технологии получения материалов. М.: Наука, 1990. С. 68—88.
- 6. Бердников В.С., Панченко В.И., Соловьев С.В. Тепловая гравитационно-капиллярная конвекция в методе Чохральского // Теплофизика кристаллизации и высокотемпературной обработки материалов: Сб.науч.тр. ИТ СО РАН. Новосибирск. 1990. С. 162—199.

- Бердников В.С., Панченко В.И., Соловьев С.В. Конвективный теплообмен в режиме смешанной конвекции на модели метода Чохральского // Теплофизика кристаллизации и высокотемпературной обработки материалов: Сб.науч.тр. ИТ СО РАН. Новосибирск. 1990. С. 199—221.
- 8. Бердников В.С., Полежаев В.И., Простомолотов А.И. Течение вязкой жидкости в цилиндрическом сосуде при вращении диска // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 5. С. 33—40.
- 9. Бердников В.С., Винокуров В.В, Панченко В.И., Соловьев С.В. Теплообмен в классическом методе Чохральского // ИФЖ. 2001. Т. 74. № 4. С. 122—127.
- Berdnikov V.S., Vinokourov V.A., Vinokourov V.V., Gaponov V.A. Mixed convection flow of the melt and heat transfer during Czochralski cristal growth // Single crystal growth and heat & mass transfer: Proc. 5-th Int.Conf. Obninsk. 2003. Vol. 1. P. 43—67.
- Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье-Стокса / В.И. Полежаев, А.В. Бунэ и др. М.: Наука, 1987. 272 с.