

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ ВОЗДУХА В ПОДОГРЕВАЕМОЙ ИЗНУТРИ КОЛЬЦЕВОЙ ПОЛОСТИ

### АННОТАЦИЯ

Представляются результаты расчетов турбулентной свободной конвекции воздуха в подогреваемой изнутри замкнутой кольцевой полости, выполненных при числе Релея  $8 \times 10^7$  на основе трехмерной нестационарной формулировки. Моделирование турбулентности базируется на гибридном RANS/LES подходе. Производится сопоставление результатов расчета с экспериментальными данными для поля температуры. Анализируется влияние на конвекцию типа тепловых граничных условий на нижней стенке полости.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Свободноконвективные движения жидкости в областях с боковым подогревом широко распространены в природе и технике и постоянно привлекают повышенный интерес исследователей. На сегодняшний день актуальной остается задача разработки адекватных методов расчета турбулентных режимов свободной конвекции, развивающейся в подогреваемых сбоку замкнутых полостях различной геометрии. Наиболее распространенным в инженерной практике подходом к исследованию данной проблемы остается использование осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS). При этом обнаруживается сильная зависимость результатов расчетов от выбора модели турбулентности и для получения адекватных результатов требуются специальные настройки моделей применительно к рассматриваемому классу задач.

В целом накопленный обширный опыт численного моделирования свидетельствует о том, что для качественного предсказания характеристик турбулентной конвекции, развивающейся в замкнутых полостях при интенсивном боковом подогреве, следует использовать трехмерные нестационарные формулировки задач [1–4]. Наиболее высокоточные расчеты проводятся на основе метода прямого численного моделирования (Direct Numerical Simulation, DNS) или метода моделирования крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES), требующих значительных вычислительных ресурсов [2]. Заметно снизить временные затраты на проведение расчетов удастся при использовании гибридных подходов к моделированию турбулентности, сочетающих в себе сильные стороны методов LES и RANS [3, 4].

В недавно опубликованной работе [4] на основе гибридного RANS/LES подхода, использующего уравнение переноса кинетической энергии неразрешаемых составляющих турбулентного движения, выполнены расчеты статистически двумерной турбулентной конвекции воздуха в замкнутой полости квадратного сечения с нагретыми до разных температур боковыми стенками. Было, в частности, показано, что по степени согласованности с данными эксперимента результаты расчетов не уступают полученным методом LES на существенно более измельченных расчетных сетках.

В настоящей работе тот же, что и в [4], гибридный подход используется для численного моделирования свободноконвективного течения воздуха в замкнутой кольцевой полости с нагреваемой внутренней и охлаждаемой внешней вертикальными поверхностями при числе Релея  $8 \times 10^7$ .

### 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Расчеты свободной конвекции воздуха в кольцевой полости проводились для условий эксперимента, составляющего часть работы [5] (рис. 1). Принималось:  $H/B = 2.45$ ,  $R_e/R_i = 5/3$ ,  $B/R_i = 2/3$ , где  $B = R_e - R_i$ . Предполагалось, что вертикальные границы расчетной области имеют постоянные температуры  $T_i$  и  $T_e$  ( $T_i > T_e$ ); постоянство этих температур обеспечивалось в эксперименте с высокой степенью точности. На

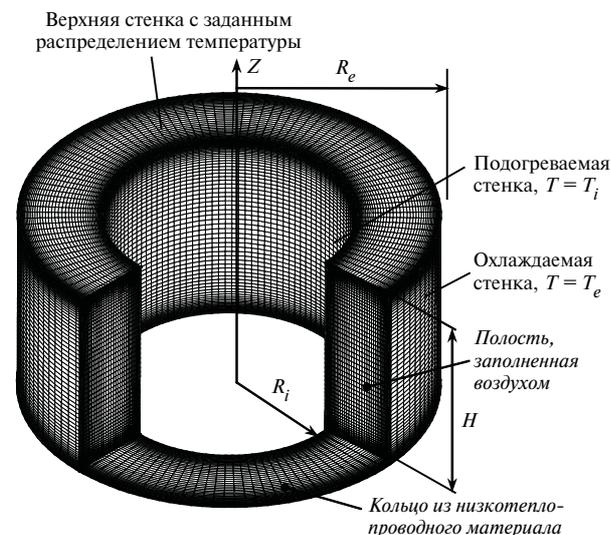


Рис. 1. Геометрия задачи, расчетная сетка и граничные условия

верхней стенке полости задавалось измеренное в эксперименте распределение температуры (см. рис. 2), а нижняя стенка полагалась низкотеплопроводной (измерения температуры на этой стенке не производились).

Для оценки влияния на конвекцию тепловых условий на нижней границе полости расчеты в настоящей работе были выполнены в двух постановках. В первом случае задача решалась с наложением условий адиабатичности на нижней стенке. Во втором случае был выполнен расчет сопряженного теплообмена в области, включающей заполненную воздухом полость и пристыкованное к ней снизу фанерное кольцо толщиной 0.03B, в соответствии с данными экспериментов. При этом считалось, что температура фанерного кольца на внутреннем и внешнем радиусах принимает значения  $T_i$  и  $T_e$  соответственно, а на обращенной наружу поверхности ставилось условие нулевого теплового потока. Принятые для сопряженного расчета физические свойства сред указаны в таблице 1.

Таблица 1. Физические свойства сред в расчете сопряженного теплообмена

Параметр	Воздух	Фанера
Плотность, кг/м <sup>3</sup>	1.225	600
Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	1050	1200
Коэфф. теплопроводности, Вт/(м·К)	0.028	0.13

### 3. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Для описания свободной конвекции несжимаемой ньютоновской жидкости использовалась система нестационарных трехмерных уравнений неразрывности, движения и энергии. Эффекты плавучести в поле силы тяжести учитывались в приближении Буссинеска. В этих условиях система безразмерных уравнений, описывающих турбулентную тепловую конвекцию, может быть представлена в виде:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0;$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\nabla p^* + 2\nabla \cdot (\mathbf{v}_{eff} \dot{\mathbf{S}}) - T e_g;$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \nabla \cdot (a_{eff} \nabla T).$$

Здесь за масштабы длины, скорости и температуры принимаются соответственно ширина полости  $B$ , скорость плавучести  $V_b = (g\beta\Delta TB)^{1/2}$  и разность температур  $\Delta T = T_i - T_e$ . Время нормировано на отношение  $B/V_b$ . В выражение для эффективного кинематического коэффициента вязкости, записанное в безразмерном виде,  $\nu_{eff} = (\text{Pr}/\text{Ra})^{1/2} + \nu_t$  входит турбулентная вязкость  $\nu_t$ . Эффективный коэффициент температуропроводности записывается

следующим образом:  $a_{eff} = (\text{Pr} \cdot \text{Ra})^{1/2} + \nu_t / \text{Pr}_t$ , где  $\text{Pr}_t = 0.4$  – турбулентное число Прандтля. Согласно условиям эксперимента, число Рейля  $\text{Ra} = g\beta\Delta TB^3 / \nu a$  полагалось равным  $8.03 \times 10^7$ , а число Прандтля –  $\text{Pr} = 0.71$ .

Для моделирования турбулентности использовался гибридный RANS/LES подход, основанный на дифференциальной модели с одним уравнением для кинетической энергии неразрешаемых компонент турбулентного движения. Подробное описание модели можно найти, например, в работах [3, 4]. Отметим лишь, что данный подход предполагает решение системы нестационарных уравнений RANS в пристенных областях и использование метода LES вдали от стенок. Такая гибридизация позволяет существенно экономить на размерности расчетной сетки по сравнению с “чистым” методом LES, предполагающим разрешение основных энергонесущих структур вплоть до самой стенки и требующим по этой причине очень подробных расчетных сеток вблизи стенок. В гибридном подходе за описание пристенных областей “отвечает” метод RANS, допускающий здесь сильную пространственную анизотропию ячеек.

### 4. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ

При проведении расчетов использовался развиваемый на протяжении более десяти лет на кафедре гидроаэродинамики СПбГПУ, широко апробированный программный комплекс (ПК) SINF (*Supersonic to INcompressible Flows*), предназначенный для решения трехмерных уравнений Навье–Стокса [6]. Пространственная дискретизация в ПК SINF осуществляется по методу контрольного объема со вторым порядком точности. Для получения нестационарных решений применяется неявная схема второго порядка по физическому времени.

Настоящие расчеты проводились на кластере кафедры гидроаэродинамики СПбГПУ с использованием параллельной версии ПК, базирующейся на применении метода декомпозиции расчетной области, стратегии SPMD (Single Process Multiple Data) и коммуникационной библиотеки MPI.

В меридиональном сечении неравномерная двумерная расчетная сетка имела размерность  $76 \times 76$  ячеек со сгущением узлов к стенкам полости. Трехмерная расчетная сетка, покрывающая всю кольцевую полость, была получена из двумерной путем вращательной трансляции и включала 693120 ячеек. В сопряженной постановке размерность сетки была больше на 5% за счет пристыкованного “твердого” блока, для которого решалась задача теплопроводности. На использованных сетках удалось разрешить характерные для рассматриваемого режима конвекции низкочастотные трехмерные пульсации скорости и температуры, оказывающие существенное влияние на структуру течения. Шаг по безразмерному времени принимался равным 0.1.

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Для изучения возможностей осесимметричных постановок по численному предсказанию характеристик турбулентных течений в рассматриваемых условиях была сначала проведена серия расчетов на основе ряда популярных низкорейнольдсовых моделей метода RANS ( $k-\varepsilon$  модели в формулировках Лаундера-Шармы и Янг-Ши,  $k-\omega$  модель Уилкокса, модель SST Ментера,  $v2f$  модель Дурбина). Для всех апробированных моделей расчеты на основе стационарной постановки не позволяли получить сошедшегося решения. В нестационарных расчетах в процессе эволюции по физическому времени наблюдалось полное затухание пульсаций скорости и температуры. При этом модели давали практически нулевой уровень турбулентной вязкости. Степень согласия результатов расчетов с экспериментальными данными по полям температуры была неудовлетворительной.

В трехмерных расчетах с использованием гибридного RANS/LES подхода максимальные значения турбулентной вязкости, примерно в три раза превосходящие величину молекулярной вязкости, наблюдались вблизи вертикальных стенок полости. При этом в расчете с теплоизолированной нижней стенкой колебания с течением времени затухали и результатом являлось RANS-решение, определяемое использованной в гибридном подходе моделью турбулентности. В случае сопряженного теплообмена реализовывался режим со статистически установившимися колебаниями.

На рис. 2 для двух вариантов расчета в трехмерной постановке приведены распределения осредненной во времени температуры на нижней стенке полости (вдоль радиуса) совместно с данными экспериментальных измерений температуры на верхней стенке полости. Температура внутренней поверхности нижней стенки в расчете сопряженного



Рис. 2. Рассчитанные профили осредненной во времени температуры на внутренней поверхности нижней стенки и экспериментальное распределение температуры на верхней стенке полости

теплообмена оказалась существенно выше, чем для идеального случая абсолютно теплонепроницаемой нижней стенки, а качественный характер распределения — близким к экспериментальному, замеренному для противоположной стенки.

Общую структуру конвекции в полости иллюстрирует рис. 3, а, где показаны установившиеся (осредненные) поля температуры и скорости в меридиональном сечении для двух вариантов граничных условий на нижней стенке. Видно, что в обоих случаях вблизи вертикальных стенок формируются сравнительно тонкие температурные пограничные слои и наблюдается инициированное плавучестью интенсивное восходящее (нисходящее) течение: максимальные значения скорости достигают здесь половины масштабной скорости плавучести. Верхнюю часть полости занимает интенсивная горизонтальная струя воздуха, направленная к холодной внешней границе. В центральной части полости течение практически отсутствует и устанавливается близкий к однородному вертикальный градиент температуры. В целом рассматриваемое течение следует отнести к режиму слабой турбулентности.

Наиболее отчетливо различия в полях для двух вариантов расчета проявляются вблизи нижней стенки полости. В решении задачи сопряженного

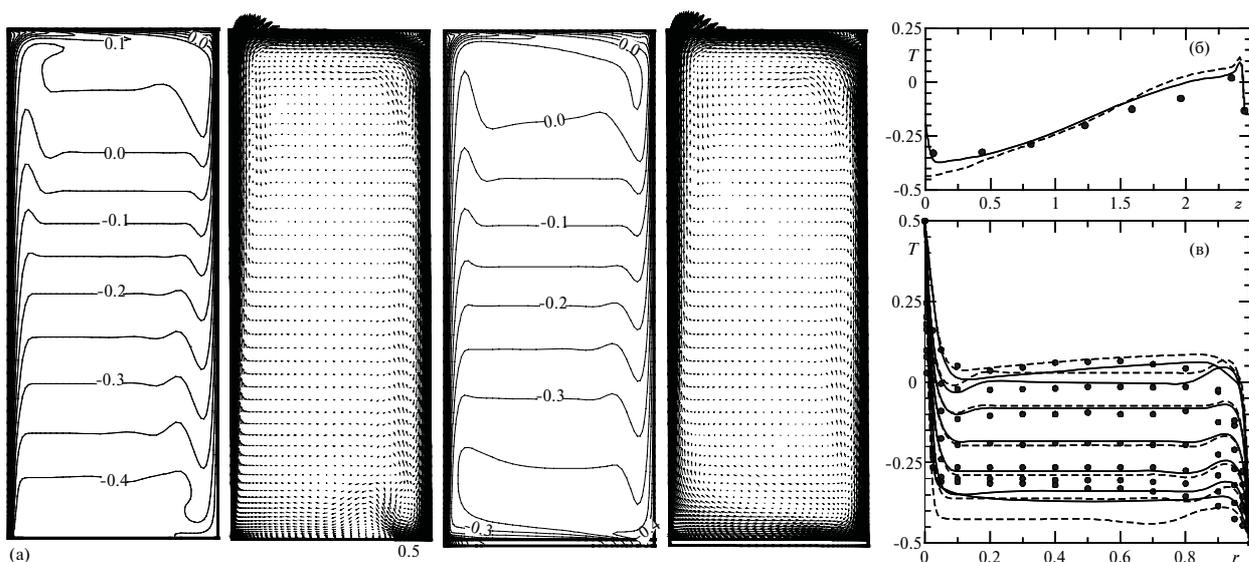


Рис. 3. Установившиеся (осредненные) поля температуры и скорости в вертикальном сечении полости (а) для случая теплоизолированной нижней стенки (слева) и в решении задачи сопряженного теплообмена (справа). Изменение температуры по высоте полости (б) и профили температуры (в) на разных расстояниях  $z$  от дна полости (снизу-вверх —  $z = 0.14, 0.44, 0.83, 1.25, 1.62, 2.0, 2.4$ ) в сопоставлении с данными экспериментов

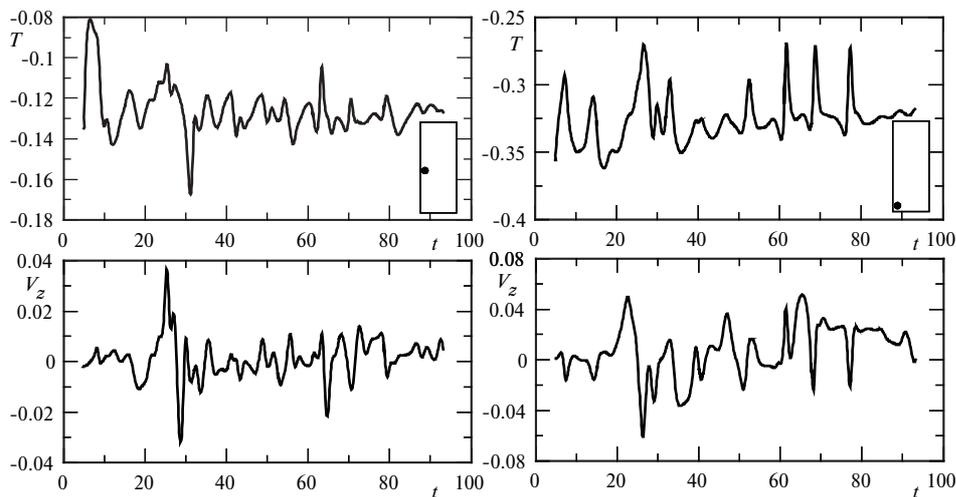


Рис. 4. Временные колебания температуры и вертикальной компоненты скорости в точках мониторинга  $r = 0.05, z = 1.225$  (слева) и  $r = 0.05, z = 0.18$  (справа)

теплообмена здесь, как и у верхней стенки, формируется интенсивная горизонтальная струя. На среднем радиусе температура воздуха меняется по высоте полости немонотонно, а вертикальный градиент температуры меньше, чем в случае теплоизолированной нижней стенки. В верхней же части полости различия в структуре течения для двух рассматриваемых постановок незначительны.

На рис. 3, б, в результаты расчетов сопоставляются с экспериментальными данными для поля температуры (здесь сохранены обозначения, принятые для рис. 2). Приведенные на рис. 3, б профили температуры на среднем радиусе характеризуют температурную стратификацию в полости. В обоих вариантах расчета плавный монотонный рост температуры с высотой в центральной части полости сменяется резким ее уменьшением вблизи верхней стенки. В решении задачи о сопряженном теплообмене наблюдается обратное поведение температуры у нижней стенки: плавное уменьшение температуры сменяется ее резким ростом по мере приближения к стенке, это находится в согласии с экспериментом. Напротив, расчет с теплонепроницаемой нижней стенкой предсказывает монотонное уменьшение температуры вплоть до самой стенки.

На рис. 3, в приведены экспериментальные и расчетные профили температуры на разных расстояниях от дна полости. В центральной и верхней частях полости экспериментальные профили воспроизводятся в обоих вариантах расчетов с удовлетворительной точностью. Вблизи нижней стенки полости приемлемую степень согласия с данными эксперимента демонстрирует только расчет в сопряженной постановке. Наиболее вероятной причиной видимых различий расчетных и экспериментальных значений температуры в пограничном слое на холодной стенке является повышенная погрешность измерений на этом участке. Как отмечено в [5], при измерении горизонтальных профилей температуры термопарой последняя заводилась в рабочую область со стороны охлаждаемой границы полости, что в силу теплопроводящих свойств дер-

жавки приводит к занижению измеряемых значений температуры по сравнению с реальными.

Особенности временного поведения развивающейся конвекции иллюстрирует рис. 4, где для расчета в сопряженной постановке показаны колебания во времени температуры и вертикальной компоненты скорости в двух точках мониторинга. Для анализа намеренно выбраны точки, расположенные вблизи стенок, поскольку в центральной части полости пульсации практически отсутствуют. Характер регистрируемых колебаний соответствует слаботурбулентному режиму конвекции. Амплитуда предсказываемых колебаний не превышает 5% от масштабных величин температуры и скорости.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При числе Релея  $8 \times 10^7$  на основе трехмерной нестационарной формулировки выполнены расчеты турбулентной свободной конвекции воздуха в кольцевой полости с подогревом со стороны ее внутренней границы. Выявлены отличия в структуре конвекции, даваемой решением с условием идеально теплоизолированной нижней стенки и решением задачи сопряженного теплообмена, учитывающим перетекание тепла по низкотеплопроводному дну полости. Установлено, что хорошее согласие с данными эксперимента по температурным полям достигается только при использовании сопряженной постановки.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №05-02-17189-а), а также гранта Правительства Санкт-Петербурга для молодых кандидатов наук (шифр PD05-1.10.-128).

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- $R_e$  – внешний радиус полости;
- $R_i$  – внутренний радиус полости;
- $H$  – высота полости;
- $B = R_e - R_i$  – ширина полости;
- $\Delta T$  – характерный перепад температуры;
- $V_b$  – скорость плавуности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Dol H.S., Hanjalić K.** Computational study of turbulent natural convection in a side-heated near-cubic enclosure at a high Rayleigh number // *Int. J. Heat Fluid Flow*. 2001. V. 44. P. 2323–2344.
2. **Peng S.-H., Davidson L.** Large eddy simulation of turbulent buoyant flow in a confined cavity // *Int. J. Heat Fluid Flow*. 2001. V. 22. P. 323–331.
3. **Smirnov E.M.** Recent advances in numerical simulation of 3D unsteady convection controlled by buoyancy and rotation // *Proc. 12<sup>th</sup> International Heat Transfer Conference, Grenoble, France (CD-ROM proc.)*. 2002. 12 p.
4. **Абрамов А.Г., Смирнов Е.М.** Численное моделирование турбулентной конвекции воздуха в подогреваемой сбоку полости квадратного сечения // *ТВТ*. 2006. Т. 44. № 1. С. 1–8.
5. **Смирнов Е.М., Баранов В.А., Викульцев Ю.А., Рис В.В., Рудинский Э.А.** Адаптация моделей турбулентности для моделирования конвекции в вертикальной цилиндрической полости // *Отчет по НИР 504604, СПбГТУ*, 1996. 50 с.
6. **Смирнов Е.М., Зайцев Д.К.** Метод конечных объемов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии // *НТВ СПбГПУ*. 2004. № 2(36). С. 70–81.