

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОЙ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ И ВЯЗКОСТИ ДЛЯ ПРИСТЕННОГО СВОБОДНОКОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ

АННОТАЦИЯ

На основе анализа экспериментальных данных для развитого турбулентного свободноконвективного течения на вертикальной нагретой пластине предложены алгебраические модели турбулентной теплопроводности и турбулентной вязкости. Сделаны выводы об определяющей роли в рассмотренном течении тепловых процессов и о необходимости применения для указанного класса задач наряду с моделью турбулентной вязкости также и модели турбулентной теплопроводности.

1. ВВЕДЕНИЕ

Свободноконвективные турбулентные течения в экспериментальном и теоретическом плане изучены гораздо меньше, чем вынужденноконвективные.

Трудности измерения параметров этих потоков являются причиной ограниченности и нередко противоречивости экспериментальных данных [1—4]. Численные исследования указанных течений основаны преимущественно на использовании моделей турбулентной вязкости, разработанных для задач вынужденной конвекции, и применении аналогии Рейнольдса между турбулентным переносом импульса и тепла [5].

Однако ряд данных указывает на первичную и определяющую роль в этих потоках именно тепловых факторов [6]. Обусловлено это в первую очередь тем, что любые изменения температуры непосредственно передаются полю сил плавучести, создавая механизм прямого воздействия на динамические характеристики турбулентного движения. Показательно также, что использование масштабов, построенных на значении теплового потока, дает близкое к универсальному описание профилей температуры и скорости [7]. Эти и другие соображения говорят об актуальности разработки для свободноконвективных течений моделей как турбулентной вязкости, так и турбулентной теплопроводности, что предполагает отказ от аналогии Рейнольдса.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОЙ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ α_T

Модель α_T построена на основе анализа экспериментальных данных [1, 2] для естественной конвекции воздуха около нагретой пластины, обработанных с использованием «тепловых» масштабов. Как в тепловом, так и в динамическом слоях можно

выделить *внутреннюю* (пристеночный теплопроводный или вязкий подслой, буферная зона, область логарифмического закона) и *внешнюю* области.

Внутренняя область. Ключевым элементом построения модели здесь является использование параметров профиля температуры на логарифмическом участке (рис. 1). Сплошными кривыми показаны аппроксимации опытных данных при различных числах Грасгофа $Gr_x = g\beta(T_w - T_\infty)x^3/\nu^2$ или параметрах $R = u_q/u_\tau$:

$$T^* = (1/\kappa_T(R)) \ln y^* + c.$$

Здесь g — ускорение силы тяжести; β — коэффициент объемного расширения газа; T_w и T_∞ — температуры поверхности и окружающей среды; x, y — расстояния вдоль пластины от ее передней кромки и по нормали к ней соответственно; $u_q = (g\beta\alpha q_w/\rho c_p)^{1/4}$, $u_\tau = (\tau_w/\rho)^{1/2}$ — «тепловой» и «динамический» масштабы скорости; q_w , τ_w — тепловой поток и трение на стенке; обозначения ρ, ν, λ, c_p общеупотребительны, $\alpha = \lambda/\rho c_p$ — коэффициент теплопроводности газа; $T^* = (T_w - T)/T_q$, $T_q = ((q_w/\rho c_p)^3/g\beta\alpha)^{1/4}$ — «тепловой» масштаб температуры; $y^* = yu_q/\alpha$.

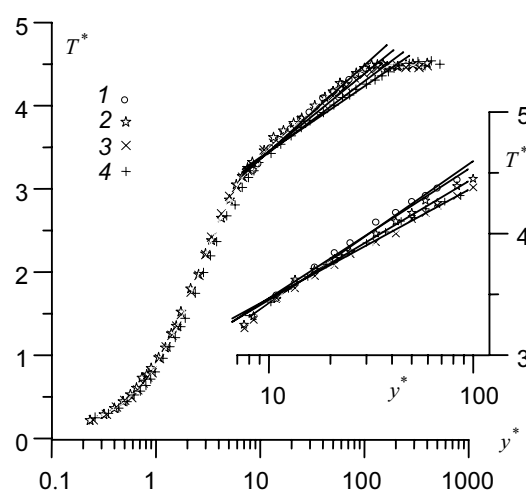


Рис. 1. Экспериментальные профили [1, 2] температур при числах Грасгофа: 1 — 1.553×10^{10} , 2 — 3.624×10^{10} , 3 — 8.441×10^{10} , 4 — 1.797×10^{11}

Представим коэффициент турбулентной теплопроводности α_{Ti} в логарифмической области в виде произведения линейного l_α и скоростного U_α масштабов. Приняв в качестве U_α величину u_q и распространив на указанную область общую концепцию Прандтля для пристенного турбулентного течения, будем иметь $l_\alpha(y) = \kappa_T(R)y$. Переход к безразмерной величине y^* дает

$$\bar{\alpha}_{Ti} = \alpha_{Ti} / \alpha = \kappa_T y^* .$$

Для учета затухания в буферной области и тепловом подслое турбулентной теплопроводности вводится демпфирующий множитель $D_T(y^*, R) = (1 - \exp(-y^* / A_T(R)))^{m_T}$ (A_T, m_T — параметры). В результате единое выражение $\bar{\alpha}_{Ti}$ для всей внутренней области принимает вид

$$\bar{\alpha}_{Ti} = \kappa_T y^* D_T .$$

Внешняя область. Коэффициент турбулентной теплопроводности α_{To} в этой области считается постоянным и выражается произведением линейного $l_{\alpha o}$ и скоростного $U_{\alpha o}$ масштабов.

Примем $U_{\alpha o} = u_q, l_{\alpha o} = c_{\alpha o} \int_0^{y_e} u / u_{\max} (T_\infty^* - T^*) dy$

(интеграл пропорционален переносу тепла через весь слой $0 \leq y \leq y_e$; $c_{\alpha o}$ — эмпирический коэффициент; u, u_{\max} — продольная скорость и ее максимальное значение в данном поперечном сечении слоя).

Граница между внешней и внутренней областями температурного слоя определяется как расстояние от стенки, на котором $\alpha_{Ti} = \alpha_{To}$.

Для учета явления *перемежаемости* вблизи внешней границы области вводится коэффициент перемежаемости $\gamma_\alpha(y^*)$, имеющий вид, близкий к используемому в задачах вынужденной конвекции.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ ν_T

Построение модели ν_T базируется на анализе тех же экспериментальных данных [1,2]. На рис. 2 показаны обработанные в переменных $\phi = (u/u_q)R^4, y^*$ профили скорости и безразмерного турбулентного трения $\bar{\tau}_T = \tau_T / \tau_w$ поперек слоя. Как видно, координата y^* появления турбулентных напряжений и, следовательно, начала буферной зоны смещена к точке максимума скорости.

Внутренняя область. Коэффициент турбулентной вязкости ν_{Ti} на логарифмическом участке

также представим произведением линейного l_ν и скоростного U_ν масштабов, выбрав для последнего величину u_τ . Линейный масштаб определим в виде $l_\nu = \kappa y$, где $\kappa = \kappa(R)$ соответствует наклону профиля u/u_τ при данном значении R :

$$u/u_\tau = -(1/\kappa) \ln y + c_1 .$$

При использовании скорости в виде зависимости $\phi(y^*)$ имеем $\phi = -(1/\kappa_u(R)) \ln y^* + c_2$. С учетом равенства $\kappa = \kappa_u R^3$ получим

$$\bar{\nu}_{Ti} = \nu_{Ti} / \nu = \kappa_u y^* R^2 / \text{Pr} ,$$

где $\text{Pr} = \nu / \alpha = 0.71$ — число Прандтля.

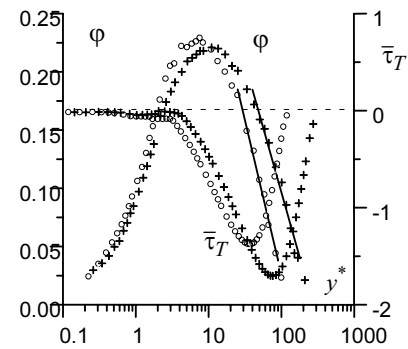


Рис. 2. Распределение скорости и безразмерного турбулентного трения: значения символов совпадают с приведенными на рис. 1

Затухание в буферной зоне и в вязком подслое турбулентного трения обеспечивается введением демпфирующего множителя

$$D_u(y^*, R) = (1 - \exp(-y^* R^2 / \text{Pr} A_u(R)))^{m_u}$$

с эмпирическими параметрами A_u, m_u . Результирующее выражение $\bar{\nu}_{Ti}$ во всей внутренней области имеет вид

$$\bar{\nu}_{Ti} = \kappa_u y^* \frac{R^2}{\text{Pr}} D_u(y^*, R) .$$

Внешняя область. Положим, что во внешней области значение коэффициента турбулентной вязкости ν_{To} постоянно и выражается произведением линейного $l_{\nu o}$ и скоростного $U_{\nu o}$ масштабов. Примем, что $l_{\nu o}$ пропорционален с эмпирическим коэффициентом $c_{\nu o}$ расходу газа через весь слой:

$$l_{\nu o} = c_{\nu o} \int_0^{y_e} u / u_{\max} dy .$$

Будем считать, что $U_{\nu o}$ определяется минимальным (отрицательным) значением напряжения трения τ_{\min} в данном сечении слоя (см. рис. 2): $U_{\nu o} = \sqrt{|\tau_{\min}| / \rho}$. Тогда

$$\bar{v}_{T_o} = v_{T_o} / v = \frac{c_{v_o}}{\text{Pr}R} \sqrt{|\tau_{\min}| / \tau_w} \int_0^{y_e^*} \frac{u}{u_{\max}} dy^*.$$

Толщину внутренней области определим как расстояние от стенки, на котором значение v_{T_i} становится равным v_{T_o} . Поправка на перемежаемость сводится к введению в соотношение для v_{T_o} коэффициента перемежаемости $\gamma_v(y^*)$.

4. МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Параметры моделей определялись на основе решения системы уравнений, описывающих в приближении Буссинеска плоское течение в пограничном слое на вертикальной нагретой пластине. Для расчетов вводились независимые переменные $\xi = x$, $\eta = y/\delta$, ($\delta = x/\text{Gr}_x^n$ — толщина слоя, n — параметр), безразмерная скорость $\bar{u} = u/U(x)$, где $U(x) = [g\beta(T_w - T_\infty)x]^{1/2}$, и безразмерная температура $\theta = (T - T_\infty)/(T_w - T_\infty)$. Параметр n принимался равным $1/4$. Используемые в формулах преобразования переменных коэффициенты переноса определялись, как и в работах [1,2,7], через «плечную» температуру $T_f = (T_w + T_\infty)/2$.

В условиях $T_w \geq T \geq T_\infty$ влияние температуры на физические свойства газа может быть значимым вблизи поверхности, где баланс тепла и импульса имеет «молекулярный» характер и определяется температурой T_w . Учетом данного эффекта можно ограничиться в области подслоя. Уравнения пограничного слоя тогда преобразуются к виду:

$$\frac{\partial}{\partial \eta} (f_v + \bar{v}_T) \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + \frac{3}{4} F \frac{\partial \bar{u}}{\partial \eta} + G_\xi(\bar{u}) = -\theta + \frac{\bar{u}^2}{2},$$

$$\frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial}{\partial \eta} (f_\alpha + \bar{\alpha}_T) \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + \frac{3}{4} F \frac{\partial \theta}{\partial \eta} + G_\xi(\theta) = 0,$$

где $F = \int_0^\eta \bar{u} d\eta$; $G_\xi = \frac{\partial F}{\partial \ln \xi} \frac{\partial}{\partial \eta} - \bar{u} \frac{\partial}{\partial \ln \xi}$; $f_v = v_w/v_f$ и $f_\alpha = \alpha_w/\alpha_f$ — температурные факторы, отражающие влияние температуры на коэффициенты переноса вблизи поверхности; индексы "w" и "f" соответствуют параметрам, взятым при T_w и T_f .

Опуская в этих уравнениях члены с G_ξ , приходим к уравнениям в квазиавтомодельном приближении, которые далее использовались для определения оптимальных значений параметров величин α_T и v_T путем сопоставления результатов численного интегрирования с экспериментальными данными.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА

Расчеты с приведенными выше моделями v_T и α_T показали, что основное значение имеет группа параметров, регулирующих перенос во внутренних областях теплового и динамического слоев, а среди них величины κ_T, A_T . Предположение об определяющей роли тепловых факторов в рассмотренном свободноконвективном течении полностью подтвердилось численным моделированием. Выбор параметров модели α_T , обеспечивающих близкие к эксперименту значения температуры, имеет преимущественное значение и для согласования профилей скорости $\phi(y^*, R)$ с опытными данными. С другой стороны, сопоставимое изменение параметров модели v_T в целом слабее влияет не только на распределение $T^*(y^*, R)$, но и на форму профилей скорости.

На рис. 3 изображены для числа Грасгофа 1.553×10^{10} расчетные и экспериментальные профили температуры и скорости T^* , ϕ , удовлетворительно согласующиеся между собой. Подобные результаты типичны и для других чисел Грасгофа.

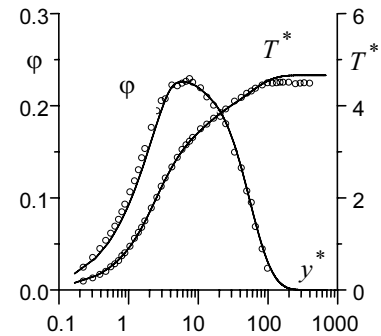


Рис. 3. Экспериментальные (кружки) и расчетные (сплошные линии) профили температуры и скорости

Найденные на основании данного подхода параметры модели имеют при $R = 0.278$ ($\text{Gr}_x = 1.553 \times 10^{10}$) значения: $\kappa_T = 1.43$, $A_T = 3.54$, $\kappa_u = 10.1$, $A_u = 0.96$, $c_{\alpha_o} = 1.14$, $c_{v_o} = 0.10$. Зависимости этих величин от параметра R близки к линейным. При всех R показатели степеней в демпфирующих множителях имеют значения $m_T = 2.5$, $m_u = 4$.

Отклонения найденных расчетным путем значений числа Нуссельта $\text{Nu} = q_w x / \lambda (T_w - T_\infty)$, параметра $R = u_q / u_\tau$ и коэффициента трения $c_f = \tau_w / \rho U_b^2$ ($U_b = [g\beta(T_w - T_\infty)v]^{1/3}$) от приведенных в работах [1,2] величин даны ниже в таблице 1. Обозначения вида $\Delta P/P$ соответствуют (в процентах) отношениям $(P_{\text{расч}} - P_{\text{эксп}}) / P_{\text{эксп}}$.

Как видно из таблицы 1, предложенные модели турбулентности обеспечивают удовлетворительную точность определения числа Нуссельта, однако для c_f погрешность в три-четыре раза выше. При оценке этих результатов следует заметить, что сопоставление экспериментальных [1,2] профилей $\varphi(y^*)$ и известных аналитических выражений для скорости в области вязкого подслоя указывает на их заметное взаимное расхождение, в то время как для профилей T^* в теплопроводном подслое это расхождение в целом не превышает пяти процентов.

Таблица 1. Относительные отклонения расчетных величин от экспериментальных значений

$Gr_x \times 10^{-10}$	$\Delta Nu / Nu$	$\Delta c_f / c_f$	$\Delta R / R$
1.553	-4.5	18.6	-9.2
3.624	-4.6	16.4	-8.4
8.441	-4.7	14.6	-7.7
17.97	-4.9	13.5	-7.3

Параметрические расчеты показали, что взаимное влияние температуры и скорости в количественном отношении неравнозначно. (Условно говоря, сила плавучести, зависящая от температуры, сильнее воздействует на поле скорости, чем поле скорости на перенос тепла). В итоге обнаружена существенно разная чувствительность результатов к параметрам моделей α_T и ν_T . В этих условиях нет оснований полагать, что управление полями температуры и скорости только через α_T или ν_T при выражении второго коэффициента с использованием турбулентного числа Прандтля $Pr_T = \nu_T / \alpha_T$ сможет правильно отразить свойства течения.

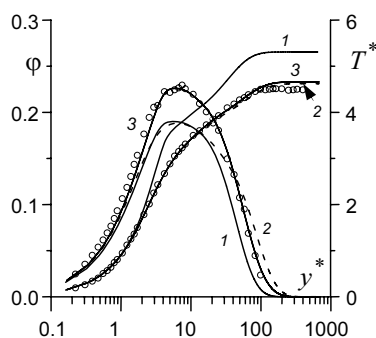


Рис. 4. Экспериментальные (кружки) и расчетные профили скорости и температуры: линии 1 — расчеты с моделью ν_T и вычислением $\alpha_T = \nu_T / Pr_T$; линии 2 — использование модели α_T и вычисление $\nu_T = \alpha_T Pr_T$; линии 3 — использование моделей α_T и ν_T

На рис. 4 представлены результаты расчетов для числа Грасгофа 1.553×10^{10} и для значения $Pr_T = 0.9$ при следующем сочетании вариантов:

- 1) ν_T определяется на основе данной модели, а для α_T применяется формула $\alpha_T = \nu_T / Pr_T$;
- 2) α_T считается по модели, а ν_T вычисляется как $\alpha_T Pr_T$.

Распределение температуры относительно слабо реагирует на изменения ν_T и профиля скорости (вариант 2), но резко искажается в случае варианта 1. Распределения скоростей в обоих случаях существенно отклоняются от $\varphi(y^*)$, полученной при использовании моделей ν_T и α_T в комплексе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для пристенного свободноконвективного течения предложены алгебраические модели коэффициентов турбулентной теплопроводности и турбулентной вязкости. На основе сравнения с экспериментом найдены параметры этих моделей.

Установлено преимущественное значение тепловых факторов и, следовательно, параметров модели α_T .

Результаты проведенных расчетов ставят под сомнение возможность применения аналогии Рейнольдса для рассмотренного вида течений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tsuji T., Nagano Y. Characteristics of a Turbulent Natural Convection Boundary Layer along a Vertical Flat Plate // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1988. V. 31. № 8. P. 1723—1729.
2. Tsuji T., Nagano Y. Turbulence Measurements in a Natural Convection Boundary Layer along a Vertical Flat Plate // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1988. V. 31. № 10. P. 2101—2106.
3. Кузьмицкий О.А., Чумаков Ю.С. Структура температурного поля в свободноконвективном пограничном слое около вертикальной изотермической поверхности // ТВТ. 1990. Т. 28. № 6. С. 1142—1147.
4. Чумаков Ю.С. Распределение температуры и скорости в свободноконвективном пограничном слое на вертикальной изотермической поверхности // ТВТ. 1999. Т. 37. № 5. С. 744—749.
5. Бассина И.А., Ломакин С.А., Никулин Д.А. и др. Оценка применимости современных моделей для расчета естественноконвективных течений и теплообмена // ТВТ. 1998. Т. 36. № 2. С. 246—252.
6. Колешко С.Б., Лапин Ю.В., Чумаков Ю.С. Турбулентный свободноконвективный пограничный слой на вертикальной нагретой пластине: закономерности температурного слоя // ТВТ. 2005. Т. 43. № 3. С. 445—454.
7. Yuan X., Moser A. and Suter P. Wall Function for Numerical Simulation of Turbulent Natural Convection along Vertical Plates // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1993. V. 36. № 18. P. 4477—4481.