УДК 532.526.4

И. И. Вигдорович

Центральный институт авиационного моторостроения им. П. И. Баранова

ЗАКОНЫ ПОДОБИЯ ДЛЯ ТЕПЛОВОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПЛАСТИНЕ СО ВДУВОМ

Аннотация

Для теплового турбулентного пограничного слоя на проницаемой пластине установлены законы подобия для температуры потока и теплопередачи на стенке. Согласно универсальному закону дефекта температуры профили этой величины при любом вдуве и достаточно больших числах Рейнольдса всюду вне вязкого подслоя могут быть описаны одной кривой, известной из экспериментальных данных для непроницаемой пластины. Классический предельный закон теплообмена [1] связывает числа Стантона, Рейнольдса и параметр вдува. Полученный закон теплопередачи в форме обобщенной аналогии Рейнольдса позволяет представить распределения теплового потока, соответствующие разным числам Рейнольдса и скоростям вдува, с помощью функции одной переменной. Результаты получены без использования специальных гипотез замыкания.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим течение несжимаемой теплопроводной жидкости в турбулентном пограничном слое на плоской гладкой пластине, обтекаемой равномерным потоком с постоянными по длине пластины скоростью U_e и температурой θ_e. На обтекаемой поверхности зададим направленную по нормали скорость вдува или отсоса v_w и температуру θ_w, которые также будем считать постоянными. Предположим, что турбулентное течение развивается непосредственно от передней кромки пластины. Уровень пульсаций скорости и температуры в набегающем потоке будем считать пренебрежимо малым и не оказывающим влияния на течение и теплопередачу в пограничном слое. Температура рассматривается как пассивная примесь, не влияющая на движение жидкости.

Все усредненные величины, в том числе градиенты продольной скорости и температуры, турбулентное касательное напряжение и турбулентный поток температуры, являются функциями декартовых координат x, y и определяющих параметров задачи

$$\frac{\partial u}{\partial y} = F_1\left(x,\, y,\, \nu,\, v_w,\, U_e\right), \tag{1}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = F_2\left(x,\, y,\, \nu,\, \chi,\, v_w,\, U_e,\, \theta_w - \theta_e\right), \tag{2}$$

$$\langle u'v' \rangle = F_3\left(x,\, y,\, \nu,\, v_w,\, U_e\right), \tag{3}$$

$$\langle \theta'v' \rangle = F_4\left(x,\, y,\, \nu,\, \chi,\, v_w,\, U_e,\, \theta_w - \theta_e\right). \tag{4}$$

Здесь ν и χ — коэффициенты молекулярной вязкости и температуропроводности; начало декартовой системы координат — на передней кромке пластины. Поскольку перенос пассивной примеси нестационарным полем скорости описывается линейным уравнением, определяющим параметром в соотношениях (2), (4) является только температурный перепад между пластиной и набегающим потоком.

Введем в рассмотрение толщину пограничного слоя

$$\Delta = F_5\left(x,\, \nu,\, v_w,\, U_e\right) \tag{5}$$

как некоторую величину, характеризующую поперечный масштаб течения.

Выразив теперь x, U_e и $\theta_w - \theta_e$ из уравнений (1), (2) и (5) и подставив в равенства (3) и (4), получим

$$\langle u'v' \rangle = G_1\left(y,\, \nu,\, v_w,\, \Delta,\, \frac{\partial u}{\partial y}\right),$$

$$\langle \theta'v' \rangle = G_2\left(y,\, \nu,\, \chi,\, v_w,\, \Delta,\, \frac{\partial u}{\partial y},\, \frac{\partial \theta}{\partial y}\right).$$

Применяя к этим функциональным соотношениям П-теорему и учитывая, что для температуры как пассивной примеси можно использовать специальную размерность, будем иметь

$$\langle u'v' \rangle = -\left(y\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 S(\mathrm{Re},\, \beta,\, \eta), \tag{6}$$

$$\langle \theta'v' \rangle = -y^2 \frac{\partial \theta}{\partial y}\frac{\partial u}{\partial y} T(\mathrm{Re},\, \mathrm{Pe},\, \beta,\, \eta), \tag{7}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{y^2}{\nu}\frac{\partial u}{\partial y}, \quad \mathrm{Pe} = \frac{y^2}{\chi}\frac{\partial u}{\partial y},$$

$$\beta = \frac{v_w}{y\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^{-1}, \quad \eta = \frac{y}{\Delta}.$$

Локальное число Рейнольдса Re равно отношению характерных значений турбулентной и молекулярной вязкости, а локальное число Пекле Pe — турбулентной и молекулярной теплопроводности. Относительно функций S и T предположим, что они непрерывны при $0 \le \mathrm{Re} \le \infty$, $0 \le \mathrm{Pe} \le \infty$, $-\infty \le \beta \le \infty$, $0 \le \eta < \infty$, дифференцируемы внутри этой области и удовлетворяют условиям $S(\infty,\, 0,\, 0) \neq 0$, $T(\infty,\, \infty,\, 0,\, 0) \neq 0$. Как показано [2], два последних неравенства есть условия существования логарифмических профилей скорости и температуры в пограничном слое на непроницаемой пластине.

Функция тока усредненного течения $\psi(x, y)$ и температура удовлетворяют уравнениям пограничного слоя с нулевым градиентом давления при соответствующих граничных условиях на пластине. Перейдем в этих уравнениях к новым переменным по формулам [3]

$$\psi = U_e \Delta \Psi(\xi, \eta), \quad \theta = \theta_e + (\theta_w - \theta_e)\Phi(\xi, \eta),$$

$$\Lambda(\xi) = \frac{d\mathrm{Re}_\Delta}{d\mathrm{Re}_x}, \quad \xi = \ln \mathrm{Re}_\Delta,$$

$$\mathrm{Re}_x = \frac{U_e x}{\nu}, \quad \mathrm{Re}_\Delta = \frac{U_e \Delta}{\nu}.$$

Для функций $\Psi(\xi, \eta)$, $\Phi(\xi, \eta)$ и $\Lambda(\xi)$ с учетом соотношений (6), (7) получим

$$\Lambda[\Psi_\eta \Psi_{\xi\eta} - (\Psi + \Psi_\xi)\Psi_{\eta\eta}] =$$
$$= [(\eta \Psi_{\eta\eta})^2 S(\mathrm{Re}, \beta, \eta) + e^{-\xi}\Psi_{\eta\eta}]_\eta, \qquad (8)$$

$$\Lambda[\Psi_\eta \Phi_\xi - (\Psi + \Psi_\xi)\Phi_\eta] =$$
$$= [\eta^2 \Phi_\eta \Psi_{\eta\eta} T(\mathrm{Re}, \mathrm{Pe}, \beta, \eta) + \mathrm{Pr}^{-1} e^{-\xi}\Phi_\eta]_\eta, \quad (9)$$

$$\mathrm{Re} = e^\xi \eta^2 \Psi_{\eta\eta}, \quad \mathrm{Pe} = \mathrm{Pr}\,\mathrm{Re}, \quad \beta = B\,(\eta \mathrm{Re} \Psi_{\eta\eta})^{-1},$$

$$\eta = 0: \Psi_\eta = 0, \quad \Lambda(\Psi + \Psi_\xi) = -B, \quad \Phi = 1; \quad (10)$$

$$\eta \to \infty: \Psi_\eta \to 1, \quad \Phi \to 0, \quad (\eta \Psi_{\eta\eta})^2 S(R_l, \beta, \eta) \to 0,$$
$$\eta^2 \Phi_\eta \Psi_{\eta\eta} T(\mathrm{Re}, \mathrm{Pe}, \beta, \eta) \to 0. \qquad (11)$$

Здесь $\mathrm{Pr} = \nu/\chi$ — молекулярное число Прандтля, $B = v_w/U_e$ — параметр вдува или отсоса. Соотношения (10) задают условия на пластине, (11) — на внешней границе пограничного слоя. С учетом порядка дифференциальных уравнений на внешней границе поставлены условия для скорости и касательного напряжения, температуры и потока температуры.

Будем искать асимптотическое представление решения задачи (8)–(11) при $\xi \to \infty$, для чего введем малый параметр ε и новую независимую переменную $\zeta = \varepsilon\xi$, $1/\zeta = O(1)$.

Скорость вдува или отсоса на стенке зададим в виде $B = \varepsilon^2 b$, $b = O(1)$.

Поле скорости из уравнения (8) и граничных условий (10), (11) может быть найдено независимо от поля температуры, и эта задача решена в [3–6]. Далее получим решение тепловой задачи.

Будем рассматривать две характерные области в пограничном слое: внешнюю область, где молекулярной вязкостью и теплопроводностью в уравнениях можно пренебречь, а характерный масштаб — толщина пограничного слоя, и пристеночную область, характерный масштаб которой определяется из условия равенства по порядку величин турбулентных и вязких напряжений.

2. ПРИСТЕНОЧНАЯ ОБЛАСТЬ

Как показано [2, 5], в пристеночной области пограничного слоя вне вязкого подслоя профили скорости и температуры удовлетворяют следующим соотношениям подобия:

$$\frac{2}{v_+}\left(\sqrt{1 + v_+ u_+} - 1\right) = \frac{1}{\varkappa}[\ln y_+ + C(v_+)] + O\left(y_+^{-\alpha}\right), \qquad (12)$$

$$\frac{2}{v_+}\left[(1 + v_+\theta_+)^{1/(2\mathrm{Pr}_t^0)} - 1\right] +$$
$$+ \frac{1}{\varkappa} D(v_+, \mathrm{Pr})(1 + v_+\theta_+)^{1/(2\mathrm{Pr}_t^0)} =$$
$$= \frac{1}{\varkappa}[\ln y_+ + C(v_+)] + O\left(y_+^{-\alpha}\right), \quad y_+ \to \infty, \quad \alpha > 0. \qquad (13)$$

Асимптотические представления (12), (13) записаны в переменных стенки

$$y_+ = \eta\sqrt{c_f/2}\mathrm{Re}_\Delta, \quad u_+ = \frac{\Psi_\eta}{\sqrt{c_f/2}},$$

$$v_+ = \frac{B}{\sqrt{c_f/2}}, \quad \theta_+ = \frac{\sqrt{c_f/2}}{\mathrm{St}}(1 - \Phi), \qquad (14)$$

где c_f — коэффициент трения на пластине, St — число Стантона, связанное с потоком температуры равенством $j_w = U_e \mathrm{St}(\theta_w - \theta_e)$. В (12), (13) входят также постоянная Кармана $\varkappa = \sqrt{S(\infty, 0, 0)}$, турбулентное число Прандтля в логарифмической области $\mathrm{Pr}_t^0 = S(\infty, 0, 0)/T(\infty, \infty, 0, 0)$ и две универсальные функции $C(v_+)$ и $D(v_+, \mathrm{Pr})$, которые должны определяться из экспериментальных данных, причем [5]

$$C(0) = C_0, \quad D(0, \mathrm{Pr}) = C_0 - \gamma(\mathrm{Pr}), \qquad (15)$$

где C_0 и $\gamma(\mathrm{Pr})$ — аддитивные постоянные, входящие в логарифмические законы для профилей скорости и температуры в пограничном слое на непроницаемой пластине. В соответствии с экспериментальными данными примем следующие значения постоянных: $\varkappa = 0.41$, $\mathrm{Pr}_t^0 = 0.89$, $C_0 = 2.05$ и для воздуха $\gamma(0.7) = 1.6$ [5].

Вычитая (12) из (13), получим соотношение, связывающее профили скорости и температуры в пристеночной области вне вязкого подслоя

$$\left[1 + \frac{v_+}{2\varkappa} D(v_+, \mathrm{Pr})\right](1 + v_+\theta_+)^{1/(2\mathrm{Pr}_t^0)} =$$
$$= \sqrt{1 + v_+ u_+} + O\left(y_+^{-\alpha}\right), \quad y_+ \to \infty. \qquad (16)$$

3. ВНЕШНЯЯ ОБЛАСТЬ

Как показано [4, 6], при умеренном отсосе (когда касательное напряжение во внешней области и на стенке имеет один порядок величины) и произвольном вдуве решение динамической задачи при

$1/\eta = O(1)$, т. е. во внешней области пограничного слоя, можно представить в виде

$$\Psi(\xi,\,\eta) = \Psi_w(\xi) + \eta + \Lambda(\xi) f(\eta) + O(\varepsilon^2),$$

$$\Psi_w(\xi) + \frac{d\Psi_w(\xi)}{d\xi} = O(\varepsilon),$$

$$\Lambda(\xi) = \frac{\sqrt{c_f/2 + \varepsilon^2 b}}{F_1} + O(\varepsilon^2), \quad c_f = \varepsilon^2 \sigma(\zeta,\,\varepsilon),$$

$$\sigma(\zeta,\,\varepsilon) = O(1), \quad F_1 \equiv \sqrt{-f(\infty)}. \tag{17}$$

Здесь функция $f'(\eta)$ удовлетворяет краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения и имеет логарифмическую асимптотику на стенке [6]

$$f'(\eta) = \frac{F_1}{\varkappa}(\ln\eta + A_0 - \ln F_1) + O(\eta^\alpha), \quad \eta \to 0, \tag{18}$$

где A_0 — некоторая постоянная. Функция $f'(\eta)$ имеет универсальный характер, ее можно считать известной из экспериментальных данных для пограничного слоя на непроницаемой пластине и задать, например, с помощью эмпирической формулы Коулса [8]

$$\frac{f'(\eta)}{F_1} = \frac{1}{\varkappa}\left[\ln\eta - 0.55(1 + \cos\pi\eta)\right], \quad F_1 = \frac{1.55}{\varkappa}. \tag{19}$$

В этом случае величина Δ выбрана как расстояние до стенки, на котором продольная составляющая усредненной скорости на 0.5% отличается от U_e. Сопоставление (18) и (19) дает $A_0 = 0.23$.

Толщина пограничного слоя следующим образом связана с трением на пластине [4]:

$$R_\Delta = \frac{1}{F_1\sqrt{c_f/2}} \exp\left[\frac{2\varkappa}{q} - \frac{2\varkappa}{v_+} + A_0 - \right.$$

$$\left. - C(v_+) + O(\varepsilon)\right], \quad q = \frac{B}{\sqrt{c_f/2 + B}}. \tag{20}$$

Профиль температуры во внешней области будем искать в виде

$$\Phi(\xi,\,\eta) = M(\xi) p_0(\eta) + O(\varepsilon^2), \quad M(\xi) = \varepsilon m(\zeta,\,\varepsilon),$$

$$m(\zeta,\,\varepsilon) = O(1). \tag{21}$$

Подстановка разложений (17), (21) в уравнение (9) и предельный переход $\varepsilon \to 0$, $1/\zeta = O(1)$, $1/\eta = O(1)$ дают для функции $p_0(\eta)$ краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения

$$\left[\eta^2 p_0' f'' T(\infty,\,\infty,\,0,\,\eta)\right]' + \eta p_0' = 0; \quad p_0(\infty) = 0,$$

$$\lim_{\eta\to\infty} \eta^2 p_0' f'' T(\infty,\,\infty,\,0,\,\eta) = 0, \tag{22}$$

для выделения однозначного решения которой поставим дополнительное условие

$$\int_0^\infty p_0 d\eta = F_1. \tag{23}$$

Из (22), (23) получим для функции $p_0(\eta)$ логарифмическую асимптотику на стенке

$$p_0(\eta) = -\frac{\mathrm{Pr}_t^0}{\varkappa}(\ln\eta + E_0 - \ln F_1) + O(\eta^\alpha), \quad \eta \to 0, \tag{24}$$

где E_0 — некоторая постоянная.

4. СРАЩИВАНИЕ РЕШЕНИЙ

Проведем теперь асимптотическое сращивание решений для двух областей — внешней и пристеночной [9]. Перейдем в соотношении (16) от переменных стенки к внешним переменным по формулам (14), учитывая при этом (17), (21); вместо функций $f'(\eta)$ и $p_0(\eta)$ подставим их асимптотические представления (18), (24). Предполагая, что $\mathrm{St} = O(\varepsilon^2)$, будем иметь

$$\left[1 + \frac{v_+}{2\varkappa} D(v_+,\,\mathrm{Pr})\right]\left[1 + \frac{B}{\mathrm{St}} + \right.$$

$$\left. + \frac{BM\mathrm{Pr}_t^0}{\varkappa\mathrm{St}}(\ln\eta + E_0 - \ln F_1)\right]^{1/(2\mathrm{Pr}_t^0)} = \left[1 + \frac{2B}{c_f} + \right.$$

$$\left. + \frac{2B}{\varkappa c_f}\sqrt{c_f/2 + B}(\ln\eta + A_0 - \ln F_1)\right]^{1/2} + O(\varepsilon^2).$$

Отсюда получим два соотношения

$$M = \frac{\mathrm{St} + B}{\sqrt{c_f/2 + B}} + O(\varepsilon^2), \tag{25}$$

$$\left[1 + \frac{v_+}{2\varkappa} D(v_+,\,\mathrm{Pr})\right]\left(\frac{\mathrm{St} + B}{\mathrm{St}}\right)^{1/(2\mathrm{Pr}_t^0)} =$$

$$= \sqrt{\frac{c_f/2 + B}{c_f/2}} + \frac{(A_0 - E_0)v_+}{2\varkappa} + O(\varepsilon^2). \tag{26}$$

Из (21), (25) следует, что при умеренном отсосе и произвольном вдуве температура во внешней области пограничного слоя должна иметь универсальное распределение

$$\frac{(\theta - \theta_e)\sqrt{c_f/2 + B}}{(\theta_w - \theta_e)(\mathrm{St} + B)} = p_0(\eta) + O(\sqrt{c_f + B}). \tag{27}$$

В частном случае $B = 0$ соотношение (27) дает известный закон дефекта температуры для пограничного слоя на непроницаемой пластине (см., например, [10]).

Проинтегрировав соотношение (27) поперек пограничного слоя и учтя равенство (23), получим представление поперечного масштаба Δ через интеграл от профиля избыточной температуры

$$F_1\Delta = \frac{\delta_t\sqrt{c_f/2 + B}}{(\mathrm{St} + B)} + O(\sqrt{c_f + B}),$$

$$\delta_t = \int_0^\infty \frac{\theta - \theta_e}{\theta_w - \theta_e} dy. \tag{28}$$

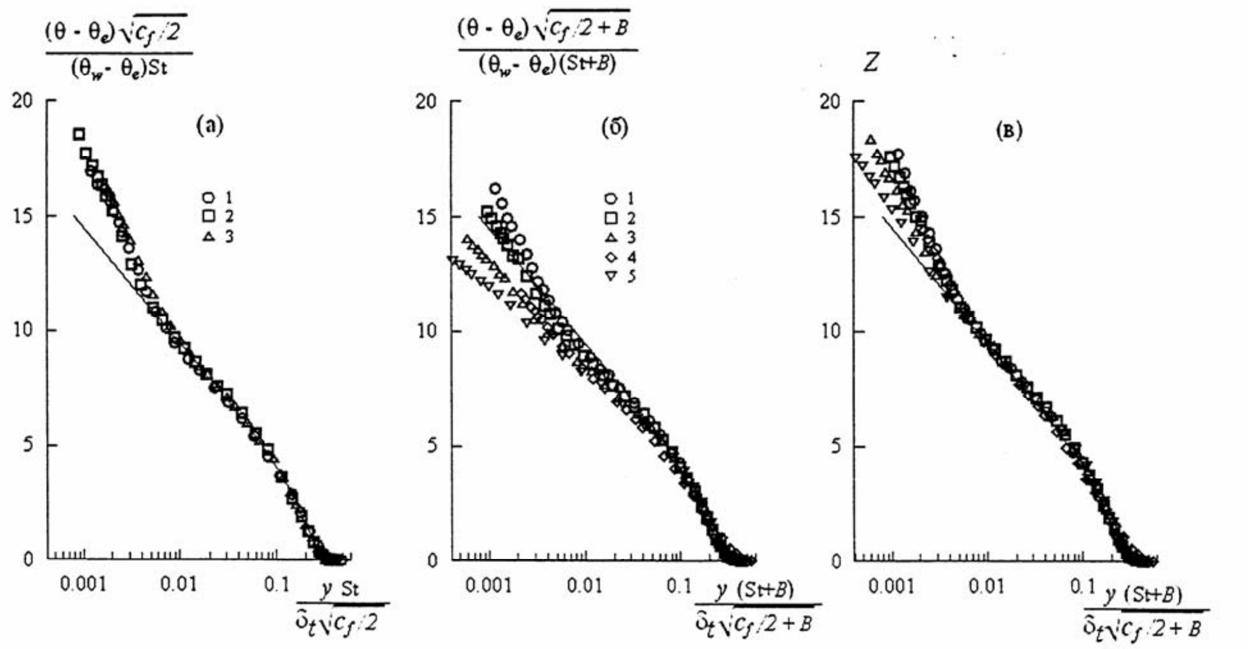

Рис. 2: Экспериментальные профили температуры [11] в пограничном слое на непроницаемой пластине (а) и пластине со вдувом (б, в) в переменных подобия; (а): *1-3* — $R_x = 1.30 \cdot 10^6$, $1.44 \cdot 10^6$, $1.99 \cdot 10^6$; (б): *1-5* — $B = 9.6 \cdot 10^{-4}$, $R_x = 1.47 \cdot 10^6$; $1.8 \cdot 10^{-3}$, $1.96 \cdot 10^6$; $3.5 \cdot 10^{-3}$, $1.98 \cdot 10^6$; $4.0 \cdot 10^{-3}$, $1.46 \cdot 10^6$; $4.4 \cdot 10^{-3}$, $1.98 \cdot 10^6$. Сплошные кривые — формула (29), Z — левая часть (32).

Для проверки закона подобия (27) использованы экспериментальные данные [11]. В работе [11] в пограничном слое на пластине со вдувом измерялись профили скорости и температуры и тепловой поток, но не измерялось трение на стенке. Мы вычисляли коэффициент трения по параметру вдува и числу Рейнольдса, образованному по толщине вытеснения, с помощью универсального закона трения [4].

На рис. 1а и б в переменных подобия (27) построены распределения температуры, полученные при разных скоростях вдува и числах Рейнольдса. На рис. 1а вынесены профили, отвечающие частному случаю непроницаемой пластины; они имеют выраженный логарифмический участок, который описывается уравнением (24) при $E_0 = 0.23$.

Для аппроксимации функции $p_0(\eta)$ возьмем формулу, аналогичную формуле (19)

$$p_0(\eta) = -\frac{\mathrm{Pr}_t^0}{\varkappa}\left[\ln a\eta - \Pi(1+\cos\pi a\eta)\right], \quad 0 < \eta \le 1/a. \tag{29}$$

Используя условие (23) и асимптотическое представление (24), получим два уравнения

$$\mathrm{Pr}_t^0(1+\Pi) = \varkappa F_1 a, \quad \ln F_1 a - 2\Pi = E_0,$$

из которых при выбранных значениях постоянных найдем $a = 0.84$, $\Pi = 0.46$. Сплошная линия на рис. 1а, построенная по формуле (29), хорошо описывает экспериментальные данные. Формула (29) в отличие от соотношения, приведенного в [12], учитывает, что динамический и тепловой пограничные слои имеют разную толщину.

Как видно из рис. 1б, в соответствии с правилом подобия (27) все профили температуры во внешней области следуют одной кривой, однако вблизи стенки тем больше отклоняются от логарифмического распределения, чем больше параметр вдува.

Соотношение (26), связывающее три параметра: число Стантона, коэффициент трения и безразмерную скорость вдува или отсоса, представляет собой универсальный закон теплопередачи в форме обобщенной аналогии Рейнольдса. В (26) входит одна эмпирическая функция двух переменных $D(v_+,\ \mathrm{Pr})$. Принимая во внимание второе равенство (15), перепишем (26) в виде

$$D(v_+,\ \mathrm{Pr}) - D(0,\ \mathrm{Pr}) = \left(\frac{\mathrm{St}}{\mathrm{St}+B}\right)^{1/(2\mathrm{Pr}_t^0)} \times$$
$$\times\left(\frac{2\varkappa}{q} + A_0 - E_0\right) - \frac{2\varkappa}{v_+} + \gamma(\mathrm{Pr}) - C_0 + O(\sqrt{c_f+B}). \tag{30}$$

Переходя в (30) к пределу при $B \to 0$, в частном случае непроницаемой пластины получим зависимость числа Стантона от коэффициента трения

$$\mathrm{St} = \frac{c_f}{2\,\mathrm{Pr}_t^0}\left[1 - \frac{\sqrt{c_f/2}}{\varkappa}(A_0 - E_0 + \gamma(\mathrm{Pr}) - C_0)\right],$$

которая совпадает с формулой, приведенной в [12], и имеет близкие численные значения коэффициентов.

На рис. 2 данные [11] построены в форме универсального закона теплопередачи (30). С некоторым разбросом экспериментальные точки действительно описывают одну кривую. Погрешности в

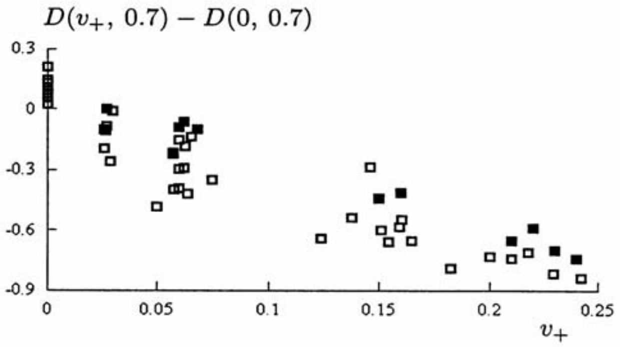

Рис. 1: Функция $D(v_+,\ 0.7)$ по данным [11]: светлые квадраты — универсальный закон теплопередачи; темные квадраты — результаты обработки профилей температуры.

первую очередь связаны с тем, что значения параметров q и v_+, входящих в правую часть соотношения (30), малы, и следовательно функция $D(v_+, \mathrm{Pr})$, имеющая порядок единицы, вычисляется как разность двух больших величин. На рис. 2 приведены также взятые из [5] значения функции $D(v_+,\ \mathrm{Pr})$, найденные путем обработки экспериментальных профилей температуры на основе закона подобия (13). Видно, что два разных способа определения функции $D(v_+,\ \mathrm{Pr})$ дают близкие результаты.

5. ЗАКОН ДЕФЕКТА ТЕМПЕРАТУРЫ

Правила подобия для профилей температуры (13) и (27) справедливы в двух примыкающих друг к другу областях пограничного слоя. Объединим эти асимптотические представления в составное разложение для температуры [9], которое будет выполняться всюду вне вязкого подслоя. Для этого перепишем (13) во внешних переменных, учитывая выражения для толщины пограничного слоя (20) и функции $D(v_+,\ \mathrm{Pr})$ (26)

$$\left(\frac{2}{q} + \frac{A_0 - E_0}{\varkappa}\right)(1 - qF)^{1/(2\mathrm{Pr}_t^0)} - \frac{2}{q} =$$
$$= \frac{1}{\varkappa}(\ln\eta + A_0 - \ln F_1) + O(\varepsilon).$$

Здесь F — левая часть соотношения (27). Отсюда, используя малость параметра $q = O(\varepsilon)$, получим

$$\frac{2}{q}\left[(1 - qF)^{1/(2\mathrm{Pr}_t^0)} - 1\right] =$$
$$= \frac{1}{\varkappa}(\ln\eta + E_0 - \ln F_1) + O(\varepsilon). \qquad (31)$$

Искомое составное разложение имеет вид

$$\frac{2\mathrm{Pr}_t^0}{q}\left[1 - (1 - qF)^{1/(2\mathrm{Pr}_t^0)}\right] \equiv$$
$$\equiv \frac{2\mathrm{Pr}_t^0\sqrt{c_f/2 + B}}{B}\Bigg[1 - \Bigg(1 -$$
$$- \frac{B(\theta - \theta_e)}{(\mathrm{St} + B)(\theta_w - \theta_e)}\Bigg)^{1/(2\mathrm{Pr}_t^0)}\Bigg] = p_0(\eta) + O(\sqrt{c_f + B}). \qquad (32)$$

При малых η в силу асимптотики (24) это соотношение совпадает с (31). При $1/\eta = O(1)$ на основании (27) имеем $F = O(1)$ и, разлагая левую часть (32) по малому параметру q, получим соотношение (27).

Правило подобия (32) представляет собой универсальный закон дефекта температуры, по построению справедливый всюду вне вязкого подслоя.

На рис. 1в те же данные, что на рис. 1б, построены в форме закона дефекта температуры (32). Теперь экспериментальные точки следуют универсальной кривой по всей толщине пограничного слоя за исключением вязкого подслоя вблизи стенки.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 05-08-33384).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И.** Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. Изд. 2-е. М.: Энергоатомиздат, 1985. 319 с.
2. **Вигдорович И. И.**// ДАН. 2003. Т. 392. № 3. С. 340–345.
3. **Вигдорович И. И.**// Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 4. С. 106–117.
4. **Вигдорович И. И.**// ДАН. 1994. Т. 337. № 1. С. 39–43.
5. **Вигдорович И. И.** // ЖЭТФ. 2004. Т. 126. Вып. 5(11) С. 1180–1191.
6. **Вигдорович И. И.**// ПММ. 2005. Т. 69. Вып. 5. С. 788–803.
7. **Вигдорович И. И.**// ЖЭТФ. 2005. Т. 128. Вып. 4(10). С. 859–878.
8. **Coles D.**// J. Fluid Mech. 1956. V. 1. Pt. 2. P. 191–226.
9. **Ван-Дайк М.** Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967. 310 с.
10. **Кадер Б. А., Яглом А. М.**// Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНИТИ, 1980. Т. 15. С. 81–155.
11. **Whitten D. G., Kays W. M., Moffat R. J.** The turbulent boundary layer on a porous plate: Experimental heat transfer with variable suction, blowing and surface temperature. Rep. HMT-3. Stanford Univ. 1967. 162 p.
12. **Себиси Т., Брэдшоу П.** Конвективный теплообмен. М.: Мир, 1987. 590 с.