

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА ПРИ СКАЧКООБРАЗНОМ ИЗМЕНЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ЗАТОПЛЕННОЙ СТЕСНЕННОЙ СТРУЕ НА ВЫХОДЕ ИЗ НАСАДКИ

АННОТАЦИЯ

В работе представлена математическая модель нестационарного теплопереноса при ламинарном течении плоских затопленных стесненных струй вязкой жидкости в ограниченном объеме. В результате численного исследования получены распределения полей температур при течении плоской затопленной стесненной струи при скачкообразном изменении температуры жидкости на выходе из насадки.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время существует большое количество работ, посвященных исследованию структуры потока при струйных течениях жидкостей. Большинство работ посвящено струям невязкой сжимаемой жидкости и нашло большое применение в аэродинамике и газовой динамике. Движению вязких несжимаемых струй также посвящено большое количество работ. Решение этих задач было получено в рамках теории ламинарного и турбулентного пограничного слоя. Применительно к вязкой жидкости подобные подходы едва ли способны достоверно описать все особенности теплопереноса и течения жидкости. В настоящей работе решение гидродинамической части рассматриваемой задачи базируется на использовании фундаментальной системы уравнений механики сплошной среды – уравнений движения и неразрывности.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматриваемая математическая модель исследования неизотермического течения ламинарной затопленной стесненной струи вязкой жидкости в ограниченном объеме основана на следующих допущениях:

1. Так как в рассматриваемой задаче насадки расположены близко один к другому, то распространение одиночных струй, выходящих из насадок можно заменить распространением одной плоской струи, выходящей из плоскощелевой насадки. В математическом плане подобное приближение позволяет свести трёхмерную постановку задачи о теплопереносе к двумерной постановке;

2. Нестационарность процессов теплопереноса обусловлена зависимостью от времени температуры $T_{\text{пост}}$ и расхода вязкой жидкости Q ;

3. Теплофизические свойства жидкости, плотность ρ , теплоёмкость c_p и теплопроводность λ меняются в ходе процесса незначительно;

4. Кинематическая вязкость жидкости ν зависит от его температуры T :

$$\nu = \nu(T). \quad (1)$$

5. Объёмные силы, влияющие на процесс нестационарного теплопереноса, являются силами тяжести;

6. Основная система уравнений, описывающая процесс рассматриваемого теплообмена базируется на системе дифференциальных уравнений механики сплошных сред.

Исходная система уравнений движения и переноса энергии, описывающая процесс теплопереноса при течении плоской затопленной стесненной струи течений в декартовой системе координат (x, y, z) , для сформулированных допущений имеет вид:

$$c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \quad (2)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right),$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \quad (3)$$

$$= -\rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(T) \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu(T) \frac{\partial v_x}{\partial z} \right),$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \quad (4)$$

$$= -\rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(T) \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu(T) \frac{\partial v_z}{\partial z} \right),$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

где g_x, g_z – компоненты вектора ускорения свободного падения, v_x, v_z – компоненты вектора скорости \vec{v} , ρ – плотность, P – давление, $\mu(T)$ – динамическая вязкость, t – время.

Геометрическая область определения неизвестных переменных данной задачи представлена на рис. 1.

В силу симметрии задачи достаточно рассматривать течение в полубесконечной полосе $ABCFG$. Область полубесконечной полосы $ABCFG$ можно заменить на область прямоугольника $ABCDE$, где z – координаты точек D и E заранее неизвестны и задаются в начале расчётов произвольно, и уточняются итерационным методом. Так при завершении расчётов на каждом шаге итераций следует повто-

речь расчёты с другим увеличенным значением этих координат. Если полученные решения будут совпадать с необходимой степенью точности, то итерационное уточнение z – координаты точек D и E можно считать завершённым.

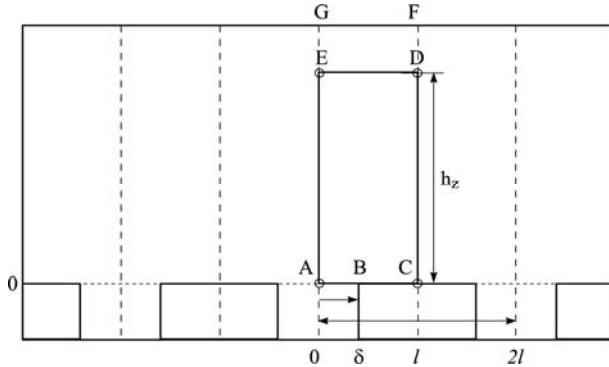


Рис. 1. Геометрическая область течения плоской затопленной стесненной струи

В качестве естественных граничных условий для затопленных стесненных струй примем:

1. На AB считаем заданным профиль вектора скорости:

$$v_x = 0, \quad v_z = f(x, t) \quad \text{при } 0 \leq x \leq \delta, \quad z = 0, \quad (6)$$

где $f(x, t)$ – функция, зависящая от профиля насадок и от характера изменения расхода жидкости. Так, для цилиндрической щелевой насадки функция $f(x, t)$ имеет параболический характер:

$$f(x, t) = \frac{3V(t)}{4b\delta^3} (\delta^2 - x^2) = \frac{3Q_{\max}\varphi(t)}{4\rho b\delta^3} (\delta^2 - x^2), \quad (7)$$

где $V(t)$ – объёмный расход жидкости, Q_{\max} – максимальный массовый расход жидкости; $\varphi(t)$ – функция, отражающая изменение расхода жидкости от времени; δ – радиус насадки.

Для конической щелевой насадки зависимость $f(x, t)$ можно получить из решения соответствующей задачи плоского течения в коническом канале.

2. На BC скорость жидкости равна нулю (граничное условие прилипания):

$$\vec{v} = 0, \quad \text{при } \delta \leq x \leq l, \quad z = 0. \quad (8)$$

3. На DC и AE выполняется условие симметрии течения:

$$\begin{aligned} (\vec{v} \cdot \vec{n}) &= 0, \quad \text{при } x = 0, \quad 0 \leq z \leq h_z \\ \text{и при } x &= l, \quad 0 \leq z \leq h_z, \end{aligned} \quad (9)$$

где \vec{n} – нормаль к границам CD и AE .

4. На DE примем, что:

$$P = \text{const}, \quad \text{при } 0 \leq x \leq l, \quad z = h_z. \quad (10)$$

Температурное начальное условие имеет вид:

$$T(x, z, t = 0) = T_0(x, z), \quad (11)$$

при $(x, z) \in$ области прямоугольника $ABCDE$.

Для плоских затопленных стесненных струй температурные граничные условия имеют вид:

1. $T = T_{\text{вх}}(x, t)$, при $0 \leq x \leq \delta, \quad z = 0$, (12)

где $T_{\text{вх}}(x, t)$ – заданная функция координаты x и времени t .

В частности температура жидкости на выходе из насадки может иметь постоянное значение:

$$T_{\text{вх}}(x, t) = T_1 = \text{const}. \quad (13)$$

2. $C_1 \lambda \frac{\partial T}{\partial z} + C_2 T = C_3$, при $\delta \leq x \leq l, \quad z = 0$, (14)

где:

– для граничных условий первого рода:

$$C_1 = 0, \quad C_2 = 1, \quad C_3 = T_z(x, t), \quad \text{тогда (14) запишется в виде:}$$

$$T = T_z(x, t), \quad \text{при } \delta \leq x \leq l, \quad z = 0; \quad (15)$$

– для граничных условий второго рода:

$$C_1 = -1, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = q(x, t), \quad \text{тогда (14) запишется в виде:}$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = q(x, t), \quad \text{при } \delta \leq x \leq l, \quad z = 0; \quad (16)$$

– для граничных условий третьего рода:

$$C_1 = -1, \quad C_2 = \alpha, \quad C_3 = \alpha T_{\text{окр}}(x, t), \quad \text{тогда (14) запишется в виде:}$$

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} + \alpha(x, t) T &= \alpha(x, t) T_{\text{окр}}, \\ \text{при } \delta \leq x \leq l, \quad z &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

где $T_r(x, t)$ – заданная функция температуры стенки; $q(x, t)$ – заданная функция теплового потока на стенке; $T_{\text{окр}}(x, t)$ – заданная температура окружающей среды; $\alpha(x, t)$ – коэффициент теплоотдачи с окружающей средой.

3. Тепловые граничные условия на CD и AE будут следующие:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial x} &= 0, \quad \text{при } x = 0, \quad 0 \leq z \leq h_z \\ \text{и при } x &= l, \quad 0 \leq z \leq h_z. \end{aligned} \quad (18)$$

4. Тепловые граничные условия на DE имеют вид:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \text{при } 0 \leq x \leq l, \quad z = h_z. \quad (19)$$

Введём безразмерную температуру:

$$\theta = \frac{T - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}}, \quad (20)$$

где T_{\min} , T_{\max} – некоторые минимальная и максимальная характеристическая для задачи температура, которая может быть выбрана следующим образом:

1. Для граничных условий первого рода

$$T_{\min} = \min \{ T_{0 \min}, T_{\text{вх} \min}, T_{\Gamma \min} \},$$

$$T_{\max} = \max \{ T_{0 \max}, T_{\text{вх} \max}, T_{\Gamma \max} \},$$

где $T_{\text{вх} \min} = \min_{0 \leq x \leq \delta, 0 \leq t \leq T} T_{\text{вх}}(x, t)$,

$T_{\text{вх} \max} = \max_{0 \leq x \leq \delta, 0 \leq t \leq T} T_{\text{вх}}(x, t)$ – минимальное и мак-

симальное значения функции $T_{\text{вх}}(x, t)$ в области

$x \in [0; \delta]$, $t \in [0; T]$; T – максимальное время, в течение которого ищется решение поставленной задачи; $T_{r \min} = \min_{\delta \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T} T_r(x, t)$, $T_{r \max} = \max_{\delta \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T} T_r(x, t)$ – минимальное и максимальное значения функции $T_r(x, t)$, в области $x \in [\delta; l]$, $t \in [0; T]$; $T_{0 \min}$, $T_{0 \max}$ – минимальное и максимальное значения функции $T_0(x, z)$ в области $x \in [0; l]$, $z \in [0; h_z]$.

2. Для граничных условий второго рода с учетом того, что в большинстве случаев на практике тепловой поток на границе имеет положительное значение:

$$T_{\min} = \min \{T_{0 \min}, T_{ex \min}\},$$

$$T_{\max} = \max \left\{ T_{0 \max}, T_{ex \max}, T_{\min} + \frac{b(l-\delta)q_{\max}}{c_p Q_{\max}} \right\},$$

где $q_{\max} = \max_{\delta \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T} q(x, t)$ – максимальное значение функции $q(x, t)$, в области $x \in [\delta; l]$, $t \in [0; T]$.

3. Для граничных условий третьего рода:

$$T_{\min} = \min \{T_{0 \min}, T_{ex \min}, T_{окр \min}\},$$

$$T_{\max} = \max \{T_{0 \max}, T_{ex \max}, T_{окр \max}\},$$

$$T_{окр \min} = \min_{\delta \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T} T_{окр}(x, t),$$

$$T_{окр \max} = \max_{\delta \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T} T_{окр}(x, t),$$

где $T_{окр \min}$, $T_{окр \max}$ – минимальное и максимальное значения функции $T_{окр}(x, t)$, в области $x \in [\delta; l]$, $t \in [0; T]$.

Введём также безразмерные компоненты u_x и u_z вектора скорости, давление p , время t^* и независимые переменные x^* и z^* :

$$x^* = \frac{x}{\delta}, z^* = \frac{z}{\delta}, t^* = \frac{3Q_{\max}}{4pb\delta^2} t, u_x^* = \frac{4pb\delta v_x}{3Q_{\max}},$$

$$u_z^* = \frac{4pb\delta v_z}{3Q_{\max}}, p = \frac{16pb^2\delta^2 P}{9Q_{\max}^2}, \quad (21)$$

где Q_{\max} – максимальный расход вязкой жидкости на выходе из насадки, δ – радиус насадки.

3. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом конечных элементов (МКЭ).

Искомые переменные, такие как температура T , давление P и составляющие v_i скорости \vec{v} заменяются приближенными выражениями

$$T(t^*, \bar{\chi}) = \sum_j T(t^*, \bar{\chi}_j) \varphi_j(\bar{\chi}),$$

$$P(t^*, \bar{\chi}) = \sum_j P(t^*, \bar{\chi}_j) \varphi_j(\bar{\chi}), \quad (22)$$

$$v_i(t^*, \bar{\chi}) = \sum_j v_i(t^*, \bar{\chi}_j) \varphi_j(\bar{\chi}),$$

где $\bar{\chi}$ – точка области определения неизвестных переменных; $\bar{\chi}_j$ – узлы конечных элементов; $\varphi_j(\bar{\chi})$ – базисные функции МКЭ, являющиеся полиномами заданного порядка.

Подставив (22) в систему уравнений движения, неразрывности и переноса энергии, и записывая её в слабой форме с использованием метода Фэдо-Галёркина (с учётом начальных и граничных условий) получим систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций в узлах $T(t^*, \bar{\chi}_j)$, $P(t^*, \bar{\chi}_j)$,

$v_i(t^*, \bar{\chi}_j)$. Для её решения используются стандартные методы, так например можно использовать метод Рунге—Кутты. Для решения систем нелинейных алгебраических уравнений, полученных в ходе применения метода Рунге—Кутты или при решении стационарных задач применялся метод линеаризации систем нелинейных уравнений, использующий метод простой итерации, для сходимости которого необходимо подбирать как можно лучшее начальное приближение. Так при нарушении сходимости итераций с нулевым начальным приближением для системы уравнений Навье—Стокса следует в качестве начального приближения использовать решение, полученное на более глубоком разбиении области, или решение, полученное при меньших числах Рейнольдса. Для решения линейных систем уравнений использовались итерационные методы.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Численные расчеты процессов теплопереноса при течении стесненных затопленных струй вязкой жидкости были проведены при скачкообразном законе изменения температуры на выходе из насадки, при этом число Re' менялось в диапазоне 0,001 – 1.

Скачкообразное изменение температуры на выходе из насадки моделировалось с помощью функции

$$\theta_{ex}(x, t) = 1 - e^{-\frac{\ln 1000}{k} \frac{3Q_{\max}}{4pb\delta^2} t^*} = 1 - e^{-\frac{\ln 1000}{k} t}, \quad (23)$$

где константа k подбиралась таким образом, что изменение температуры θ от начального значения $\theta_{ex} = 0$ до конечного $\theta = 0,9999 \approx 1$ происходило за определенный промежуток времени $t_1(t_1, c)$, которая является некоторой постоянной времени для закона (23).

Расход жидкости через насадку плоскощелевую равен $Q = 0,01852 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$. В начальный момент времени температура жидкости $T = 293\text{K}$. Начиная с нулевого момента времени, температура жидкости, проходящей через насадку, возрастает скачкообразно за время $t = 0,001$ ($\bar{t} = 0,7\text{c}$) (безразмерное) до значения $T = 333\text{K}$. На стенке выдерживаются те-

плотные граничные условия третьего рода, при этом $\alpha = 0,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$. Максимальная величина среднесредной скорости $v_{\text{max}} = \frac{3Q}{4\rho b\delta} = 0,000144 \text{ м/с}$. В

этом случае, определяющие параметры задачи равны: $Re'_0 = 0,00098$, $Re'_1 = 0,0393$, $Fr' = 49142$, $Pe' = 165,84$, $Nu' = 0,32$, $x_{k1} = 2$. Время, выраженное в секундах, связано с безразмерным временем формулой $\hat{t} = 696 \cdot t$, с.

На рис. 2 представлены профили безразмерной температуры в вертикальных сечениях при течении плоских стеснённых струй при скачкообразном изменении температуры жидкости на выходе из насадки для различных моментов времени.

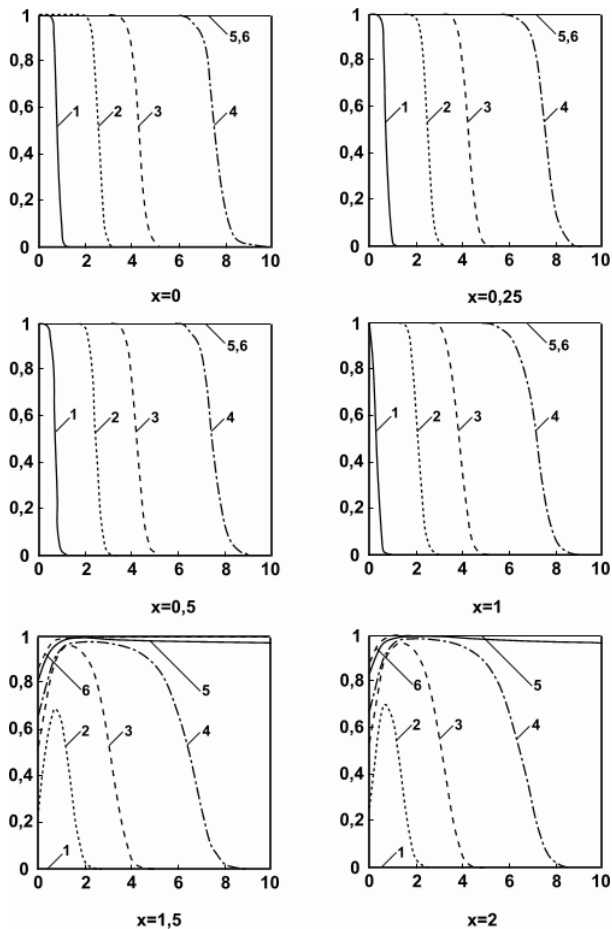


Рис. 2. Профили безразмерной температуры в вертикальных сечениях при течении плоских стеснённых струй при скачкообразном изменении температуры жидкости на выходе из насадки для различных моментов времени: 1 — $t = 1$; 2 — $t = 5$; 3 — $t = 10$; 4 — $t = 20$; 5 — $t = 50$; 6 — $t = 100$

При $x = 0; 0,25; 0,5; 1$ характер поведения кривых при одних и тех же моментах времени практически не меняется: при $t = 1$ жидкость прогревается практически только на $0 < z < 1$, т.е. на расстояниях соизмеримых с шириной насадки.

Затем по мере увеличения времени подачи жидкости происходит прогрев более глубоких его слоев. Затем при $t > 50$, жидкость подогревается практически по всей глубине объема и тепловой процесс выходит на стационарный режим.

Более интересная картина течения наблюдается при $1 < x \leq 2$. Если при предыдущих условиях профили температур при $t = 50$ и $t = 100$ практически сливались, то в этих двух случаях происходит четко выраженное их разделение. Характер остальных кривых также меняется. Как и ожидалось на границе разделения струй и области близкой к ней в начальный момент времени при $t = 1$ температура мазута не изменяется и равна нулю. При $1 < t \leq 20$ профили температур имеют ярко выраженный максимум, который с течением времени сглаживается и асимптотически приближается к единице.

Из графиков, представленных на рис. 3 видно изменение безразмерной температуры вдоль границы, на которой происходит теплообмен с окружающей средой при течении плоских стеснённых струй при скачкообразном изменении температуры жидкости на выходе из насадки для различных моментов времени.

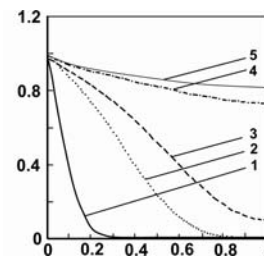


Рис. 3. Распределение безразмерной температуры вдоль границы, на которой происходит теплообмен с окружающей средой при течении плоских стеснённых струй при скачкообразном изменении температуры жидкости на выходе из насадки для различных моментов времени: 1 — $t = 1$; 2 — $t = 5$; 3 — $t = 10$; 4 — $t = 50$; 5 — $t = 100$

Если при $t = 1$ около стенки наблюдается резкий скачок по температуре, о чём свидетельствует характер распределения кривой, то с течением времени распределение температуры меняется и по асимптоте приближается к единице.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате численного исследования получены распределения полей температур при течении плоской затопленной стесненной струи в полубесконечном пространстве при нестационарном процессе теплопереноса, позволяющие оценить характер происходящих процессов при скачкообразном изменении температуры жидкости на выходе из насадки.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 05-08-65508.