

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО ТЕПЛОВОГО ПОТОКА И МИНИМАЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕПЛООБМЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ТЕМПЕРАТУРНОЙ СТРАТИФИКАЦИИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

### АННОТАЦИЯ

В работе рассматривается аналитическое исследование задачи температурной стратификации газа в сверхзвуковом потоке в постановке А.И. Леонтьева. Все расчёты проводились для случая плоской пластины обтекаемой потоком идеального газа Дородницина при ламинарном и турбулентном режимах течения.

Получены простые аналитические зависимости, позволяющие определить скорость сверхзвукового потока, при которой температура теплообменной поверхности принимает свои минимальные значения, а так же скорость соответствующую максимальному тепловому потоку.

Показано, что скорость при максимальном тепловом потоке определяется только значением показателя адиабаты газа, а скорость соответствующая минимальной температуре теплообменной поверхности только значением коэффициента восстановления (числом Прандтля).

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из интересных методов газодинамического энергоразделения является предложенный в работе А.И. Леонтьева [1] метод энергоразделения в сверхзвуковом потоке газа. В этом методе теплообмен осуществляется между дозвуковой и сверхзвуковой частями потока, разделёнными какой-либо поверхностью теплообмена. Известно, что температура поверхности со стороны сверхзвуковой части течения равна температуре восстановления, которая в свою очередь зависит от коэффициента восстановления. Чем ниже коэффициент восстановления, тем ниже температура поверхности. Если дозвуковой и сверхзвуковой поток связаны общими параметрами торможения  $P_{00}, T_{00}$ , то со стороны дозвуковой части течения температура поверхности практически равна температуре полностью адиабатически заторможенного газа. Полученный таким образом перепад температур приводит к возникновению теплового потока от дозвуковой части течения к сверхзвуковой.

Одним из способов разделения газового потока на сверхзвуковую и дозвуковую часть является способ торможения части потока на прямом скачке уплотнения. На рис. 1 представлена схема течения и его основные параметры.

В работах А.И. Леонтьева [2–4] показано, что данная задача может быть решена в рамках теории пограничного слоя.

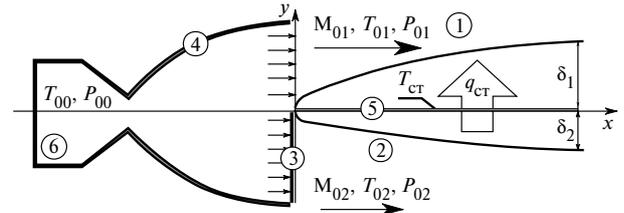


Рис. 1. Схема течения: 1 – сверхзвуковая часть потока; 2 – дозвуковая часть потока; 3 – прямой скачок уплотнения; 4 – сверхзвуковое сопло; 5 – теплообменная поверхность; 6 – форкамера аэродинамической трубы

Получены простые аналитические решения для случая обтекания пластины газом Дородницина ( $\rho\mu = \text{const}$ ,  $c_p = \text{const}$ ,  $\text{Pr} = \text{const}$ ).

Для ламинарного режима обтекания безразмерная плотность теплового потока:

$$\bar{q}_{cm} = \frac{q_{cm}x}{0.332 \text{Re}_{00}^{0.5} T_{00} \lambda_{00} \text{Pr}^{1/3}} \quad (1)$$

в зависимости от приведённой скорости в сверхзвуковой части течения выражается формулой:

$$\bar{q}_{cm} = \frac{(1-r_1)U_{01}^{2.5} (1-U_{01}^2)^{\frac{0.5k}{k-1}}}{1 + (1-U_{01}^2)^{0.5}}, \quad (2)$$

где

$$U_{01}^2 = \left(2/(k-1)M_{01}^2 + 1\right)^{-1}. \quad (3)$$

Для турбулентного режима в виде:

$$\bar{q}_{cm} = \frac{q_{cm}x}{0.0296 \text{Re}_{00}^{0.8} T_{00} \lambda_{00} \text{Pr}^{0.4}}, \quad (4)$$

$$\bar{q}_{cm} = \frac{(1-r_1)U_{01}^{2.8} (1-U_{01}^2)^{\frac{0.8k}{k-1}}}{\left(1 - (1-r_1)U_{01}^2\right)^{0.5} + (1-U_{01}^2)^{0.8}}. \quad (5)$$

Основными факторами, влияющими на величину температурной стратификации, являются коэффициент восстановления температуры  $r_1$ , показа-

тель адиабаты  $k$  и приведённая скорость газа в набегающем потоке  $U_{01}$ .

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМУМА ТЕПЛОВОГО ПОТОКА

Для определения максимального теплового потока через теплообменную поверхность на заданном расстоянии от передней кромки пластины  $x$ , при постоянной температуре и давлении в форкамере аэродинамической трубы  $P_{00}, T_{00}$  и постоянных свойствах газа (показателе адиабаты  $k$  и числе Прандтля  $Pr$ ) необходимо решить уравнение вида:

$$\frac{d\bar{q}_{cm}}{dU_{01}} = 0. \quad (6)$$

С учётом (2), (5) для ламинарного и турбулентного режима течения соответственно, отбрасывая тривиальные решения, выражение (6) сводится к следующим соотношениям:

$$2.5 - (2.5 + K)U_{01}^2 + (2.5 - (1.5 + K)U_{01}^2)F = 0; \quad (7)$$

$$K = \frac{k}{k+1}; \quad F = (1 - U_{01}^2)^{0.5} \quad \text{ламинарный}$$

$$(1.4 - (0.6 + K)U_{01}^2)R + (1.4 - (0.9 + K)(1 - \eta)U_{01}^2)F - \eta KU_{01}^2 F^{-4} = 0; \quad (8)$$

$$K = \frac{0.8k}{k-1}; \quad F = (1 - U_{01}^2)^{0.2};$$

$$R = (1 - (1 - \eta)U_{01}^2)^{0.5} \quad \text{турбулентный.}$$

Интересно отметить, что полученное уравнение (7), а значит и его решение – приведённая скорость потока соответствующая максимуму теплового потока для ламинарного режима течения зависит только от показателя адиабаты газа. В турбулентном режиме уравнение (8) зависит как от показателя адиабаты, так и от коэффициента восстановления, однако расчёты показывают, что влияние последнего на решение очень мало.

Уравнение (7) имеет точное аналитическое решение, однако это решение имеет достаточно сложную форму, поэтому более удобно использовать простую аппроксимационную формулу:

$$U_{01q\max} = 0.8(k - 1.17)^{0.12}. \quad (9)$$

Расчёты, выполненные с помощью точного решения в сравнении с формулой (9) представлены на рис. 2.

Уравнение (8) аналитического решения не имеет, однако может быть решено с помощью численных методов. Расчёты по данному уравнению, выполненные методом половинного деления для показателей адиабаты от 1.33 до 1.67 и коэффициента

восстановления 0 и 1 представлены на рис. 2. Здесь же представлены расчёты по формуле:

$$U_{01q\max} = 0.8(1 - 0.05\eta)(k - 1.17)^{0.16}. \quad (10)$$

Как видно, результаты, полученные по аналитическим зависимостям, хорошо совпадают с численными решениями уравнения (8).

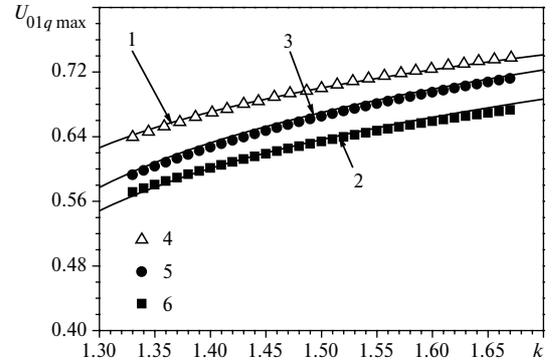


Рис. 2. Приведённая скорость, соответствующая максимальному тепловому потоку: 1 – расчёт по (9); 2, 3 – расчёт по (10) при  $\eta=1$  и  $\eta=0$  соответственно; 4 – численное решение уравнения (7); 5, 6 – численное решение уравнения (8)  $\eta=1$  и  $\eta=0$  соответственно

Используя соотношения (3), (9) и (10) можно получить формулы определяющие число Маха на срезе сопла, соответствующее максимальному тепловому потоку.

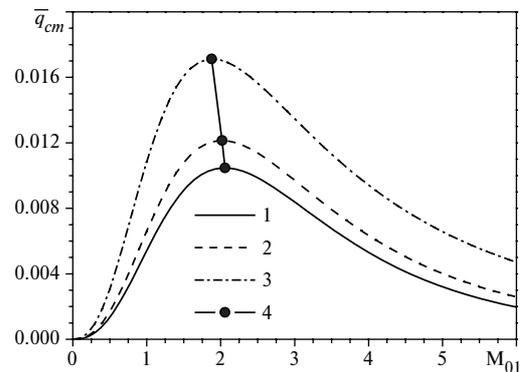


Рис. 3. Безразмерный тепловой поток от дозвуковой части течения к сверхзвуковой при ламинарном режиме течения ( $\eta = \sqrt{Pr}$ ,  $Pr = 0.7$ ): 1, 2, 3 –  $k = 1.33, 1.4, 1.67$  соответственно; 4 – расчёт теплового потока для скоростей полученных по формуле (9)

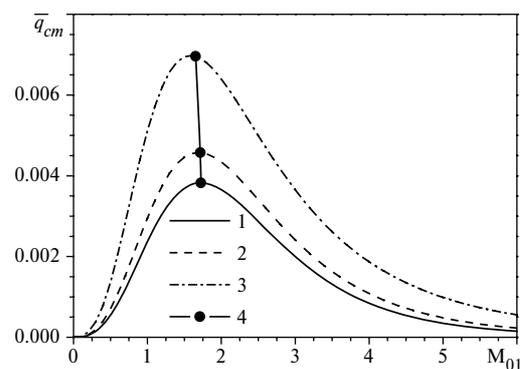


Рис. 4. Безразмерный тепловой поток от дозвуковой части течения к сверхзвуковой при турбулентном режиме течения ( $\eta = \text{Pr}^{1/3}$ ,  $\text{Pr} = 0.7$ ): 1, 2, 3 –  $k = 1.33, 1.4, 1.67$  соответственно; 4 – расчёт теплового потока для скоростей, полученных по формуле (10)

Расчёты теплового потока, выполненные по формулам (2) и (5) для ламинарного и турбулентного режима течения соответственно представлены на рис. 3 и 4. Здесь же показаны расчёты максимальных значений теплового потока для различных значений показателя адиабаты.

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МИНИМУМА ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕПЛООБМЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Для определения минимальной температуры теплообменной поверхности при постоянной температуре в форкамере аэродинамической трубы  $T_{00}$  и постоянных свойствах газа (показателе адиабаты  $k$  и числе Прандтля  $\text{Pr}$ ) необходимо решить уравнение вида:

$$\frac{d\bar{T}_{cm}}{dU_{01}} = 0. \quad (11)$$

Выражения для безразмерной температуры стенки для поставленной задачи можно получить в следующем виде:

для ламинарного режима течения:

$$\bar{T}_{cm} = \frac{T_{cm}}{T_{00}} = 1 - \frac{(1-r_1)U_{01}^2}{1 + (1-U_{01}^2)^{-0.5}}; \quad (12)$$

для турбулентного режима течения:

$$\bar{T}_{cm} = 1 - \frac{(1-r_1)U_{01}^2}{1 + (1 - (1-r)U_{01}^2)^{0.5} (1-U_{01}^2)^{-0.8}}. \quad (13)$$

Используя соотношения (11)–(13), задача определения минимальной температуры теплообменной поверхности сводится к решению следующих уравнений:

$$\left( r_1 + (1-r_1)F^2 \right)^{0.5} - (1-r_1)(2F^2 + F^3) - r_1 = 0 \quad (14)$$

$$F = (1-U_{01}^2)^{0.5} \text{ ламинарный,}$$

$$1.3(1-r)U_{01}^4 - 0.5(4.6-r)U_{01}^2 + F^{2.25}R + 1 = 0;$$

$$F = (1-U_{01}^2)^{0.8}; \quad (15)$$

$$R = (1 - (1-r_1)U_{01}^2)^{0.5} \text{ турбулентный.}$$

Интересно отметить, что полученные уравнения (14) и (15) в отличие от уравнений (7) и (8) зависят только от значения коэффициента восстановления температуры в сверхзвуковой части течения  $r_1$  и не зависят от показателя адиабаты газа. Значит, скорость потока, соответствующая минимуму темпера-

туры теплообменной поверхности, также будет только функцией  $r_1$ .

Полученные уравнения (14), (15) аналитического решения не имеют. Численные решения данных уравнений методом половинного деления, представлены на рис. 5. Видно, что в широком диапазоне изменения значения коэффициента восстановления от 0.1 до 1 результаты численных расчётов хорошо аппроксимируются простыми аналитическими выражениями:

для ламинарного режима течения:

$$U_{01T \min} = \frac{0.865}{r_1^{0.018}}; \quad (16)$$

для турбулентного режима течения:

$$U_{01T \min} = \frac{0.805}{r_1^{0.04}}. \quad (17)$$

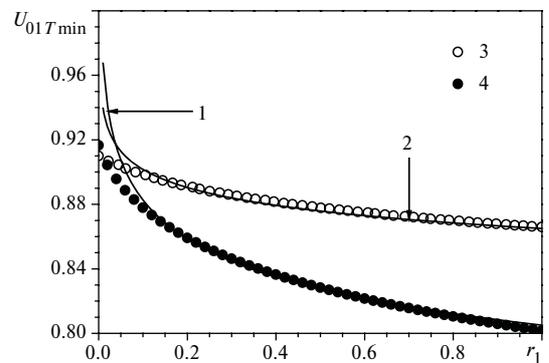


Рис. 5. Приведённая скорость, соответствующая минимальной температуре теплообменной поверхности: 1 – расчёт по формуле (17); 2 – расчёт по формуле (16); 3, 4 – численное решение уравнений (14) и (15) соответственно

Используя выражение (3), (16), (17) можно получить соотношения, определяющие число Маха на срезе сверхзвукового сопла, при котором достигается минимальная температура теплообменной поверхности. Конечно, полученные таким образом выражения будут зависеть и от коэффициента восстановления и от показателя адиабаты газа.

На рис. 6 и 7 представлен расчёт безразмерной температуры теплообменной поверхности при ламинарном и турбулентном режиме течения соответственно для различных значений коэффициента восстановления от 0 до 1 и показателе адиабаты газа равном 1.4. Здесь же представлены расчёты минимальной температуры теплообменной поверхности, выполненные с использованием формул (3), (12), (13), (16), (17).

Интересно отметить, что минимальная температура теплообменной поверхности достигается на больших скоростях, чем максимальный тепловой поток. Так, например, для  $k = 1.4$  и  $\text{Pr} = 0.1$  в случае ламинарного режима течения  $M_{01q \max} = 2.01$ , а  $M_{01T \min} = 4.23$ ; в случае турбулентного режима  $M_{01q \max} = 1.77$ , а  $M_{01T \min} = 3.30$ . Как видно из рисунков в турбулентном режиме течения число

Маха соответствующее максимальному тепловому потоку и минимальной температуре теплообменной поверхности несколько ниже, чем в ламинарном.

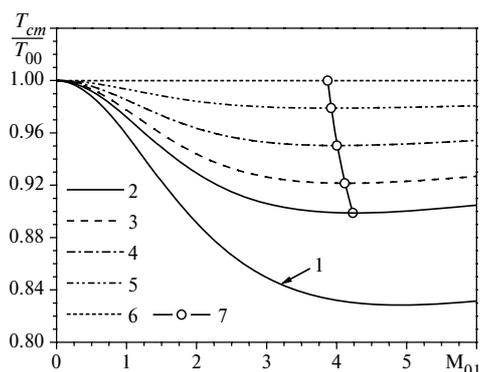


Рис. 6. Безразмерная температура теплообменной поверхности при ламинарном режиме течения ( $k = 1.4$ ,  $\eta = \sqrt{\text{Pr}}$ ): 1 –  $\text{Pr} = 0$ ; 2 –  $\text{Pr} = 0.1$ ; 3 –  $\text{Pr} = 0.2$ ; 4 –  $\text{Pr} = 0.4$ ; 5 –  $\text{Pr} = 0.7$ ; 6 –  $\text{Pr} = 1$ ; 7 – минимальная температура теплообменной поверхности расчёт по формуле (12), (16)

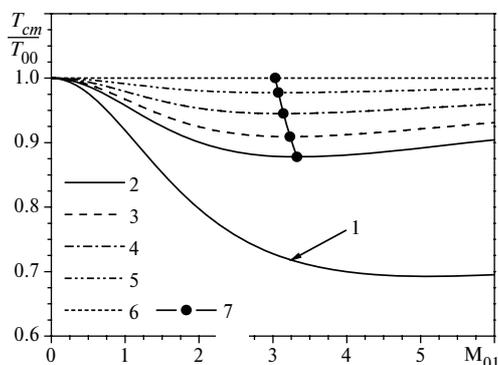


Рис. 7. Безразмерная температура теплообменной поверхности при турбулентном режиме течения ( $k = 1.4$ ,  $\eta = \text{Pr}^{1/3}$ ): 1 –  $\text{Pr} = 0$ ; 2 –  $\text{Pr} = 0.1$ ; 3 –  $\text{Pr} = 0.2$ ; 4 –  $\text{Pr} = 0.4$ ; 5 –  $\text{Pr} = 0.7$ ; 6 –  $\text{Pr} = 1$ ; 7 – минимальная температура теплообменной поверхности расчёт по формуле (13), (17)

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённые исследования показали, что скорость, при которой тепловой поток достигает максимальных значений значительно меньше скорости соответствующей минимальной температуре теплообменной поверхности.

Получены простые аналитические формулы, позволяющие определить приведённую скорость и число Маха, соответствующие максимальному тепловому потоку и минимальной температуре теплообменной поверхности.

Показано, что скорость, определяющая минимум температуры поверхности теплообмена, зависит только от значения коэффициента восстановления со стороны сверхзвуковой части течения, а скорость, соответствующая максимуму теплового потока определяется только значением показателя адиабаты газа.

Автор выражает благодарность за помощь в проведении исследований профессору член-корр. РАН Э.П. Волчкову. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ грант № 05-02-16478 и Президента РФ грант НШ-6965.2006.8.

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$q$  – удельный тепловой поток,  $[\text{Вт}/\text{м}^2]$ ;

$T$  – температура,  $[\text{К}]$ ;

$u$  – скорость потока в направлении  $x$ ,  $[\text{м}/\text{с}]$ ;

$u_{\max} = \sqrt{2c_p T_{00}}$  – максимально возможная скорость потока,  $[\text{м}/\text{с}]$ ;

$U = u/u_{\max}$  – приведённая скорость потока;

$x, y$  – координата вдоль теплообменной поверхности и поперёк соответственно,  $[\text{м}]$ ;

$\rho, \mu, \lambda, k, c_p$  – плотность, динамическая вязкость, теплопроводность, показатель адиабаты, теплоёмкость газа соответственно;

$\delta$  – толщина пограничного слоя,  $[\text{м}]$ ;

$\text{Re}_{00} = \rho_0 u_{\max} x / \mu_{00}$  – число Рейнольдса, определённое по максимально возможной скорости потока;

$M$  – число Маха.

Индексы:

1, 2 – со стороны сверхзвукового и дозвукового потока соответственно;

00 – условия при полном адиабатическом торможении газа (в форкамере аэродинамической трубы);

0 – условия на внешней границе пограничного слоя;

ст – условия на стенке;

$q_{\max}$  – соответствующее максимальному тепловому потоку;

$T_{\min}$  – соответствующее минимальной температуре теплообменной поверхности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Леонтьев А.И. Газодинамический метод разделения газовых потоков // ТВТ. 1997. Т. 35. № 1. С. 157–159.
2. Леонтьев А.И. Температурная стратификация сверхзвукового газового потока // Доклады АН. 1997. Т. 354. № 4. С. 475–477.
3. Леонтьев А.И. Температурная стратификация в сверхзвуковом потоке // Литовская АН. Энергетика. 1998. № 2. С. 35–42.
4. Леонтьев А.И., Бурцев С.А. Температурная стратификация в сверхзвуковом потоке газа // Изв. АН. Энергетика. 2000. № 5. С. 101–113.